

MATHEMATICAL REASONING ABILITY OF GRADE 10 STUDENTS BY OPEN APPROACH

Siriya DENBASE^{1*}, Kasem PREMPRAYOON¹ and Suwannee PLIANRAM¹

¹ Faculty of Education, Thaksin University, Thailand; siriya5096@gmail.com (Corresponding Author)

ARTICLE HISTORY

Received: 10 April 2026

Revised: 24 April 2026

Published: 16 May 2026

ABSTRACT

This research aimed to investigate the mathematical reasoning abilities in the topic of Relations and Functions among Grade 10 students through the Open Approach. The target group consisted of 39 students in Grade 10/2. This study was designed as classroom action research, conducted over four cycles of the PAOR model. The instruments used for data collection and analysis included activity sheets, audio recordings, and video recordings. Data were analyzed using mean, standard deviation, and qualitative content. The results revealed that the Open Approach effectively enhanced all three components of mathematical reasoning abilities as follows: 1) Identifying Relationships Between Data: Students were able to identify information and establish relationships from the situations during Phase 1 Posing open-ended problems and Phase 2 Students' self-learning. 2) Drawing Logical Conclusions: Students could utilize information from problem situations, connect content, and summarize mathematical concepts during Phase 2 Students' self-learning and Phase 4 Summarizing through connecting students' mathematical ideas. 3) Justifying the Reasonableness of Conclusions: Students demonstrated the ability to provide supporting reasons for their own conclusions during Phase 3 Whole-class discussion and comparison.

Keywords: Mathematical Reasoning, Open Approach, Relations and Functions

CITATION INFORMATION: Denbase, S., Premprayoon, K., & Plianram, S. (2026). Mathematical Reasoning Ability of Grade 10 Students by Open Approach. *Procedia of Multidisciplinary Research*, 4(5), 20

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 4 โดยการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด

ศิริญา เต็นบาเส^{1*}, เกษม เปรมประยูร¹ และ สุวรรณ เป็ลียนรัมย์¹

1 คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ จังหวัดสงขลา; siriya5096@gmail.com (ผู้ประพันธ์บรรณกิจ)

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด ซึ่งมีกลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/2 จำนวน 39 คน การวิจัยนี้เป็นการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียนตามวงจร PAOR ทั้งหมด 4 วงจร เครื่องมือที่ใช้ในการวิเคราะห์ ได้แก่ ใบกิจกรรม เครื่องบันทึกเสียง และเครื่องบันทึกวิดีโอ ซึ่งสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล คือ ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน วิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพโดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหา ผลการวิจัย พบว่า การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิดส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 3 องค์ประกอบ ดังนี้ 1) การหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล นักเรียนสามารถระบุข้อมูลและหาความสัมพันธ์จากสถานการณ์ได้ในขั้นที่ 1 นำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด และขั้นที่ 2 เรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน 2) การหาข้อสรุปของปัญหา นักเรียนสามารถใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาและเชื่อมโยงเนื้อหา รวมทั้งสรุปแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ ในขั้นที่ 2 เรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน และขั้นที่ 4 สรุปโดยเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และ 3) การพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลที่สนับสนุนข้อสรุปของตนเองได้ในขั้นที่ 3 อภิปรายและเปรียบเทียบแนวคิดทั้งชั้น

คำสำคัญ: การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์, วิธีการแบบเปิด, ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

ข้อมูลการอ้างอิง: ศิริญา เต็นบาเส, เกษม เปรมประยูร และ สุวรรณ เป็ลียนรัมย์. (2569). ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด. *Procedia of Multidisciplinary Research*, 4(5), 20

บทนำ

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญต่อการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากเป็นศาสตร์ที่ช่วยให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วย คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560) โดยการสอนให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จทั้งในด้านการเรียนและการใช้ ชีวิตในศตวรรษที่ 21 นั้น ครูจำเป็นต้องมีความเข้าใจอย่างลึกซึ้งและสามารถช่วยผู้เรียนพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูง ซึ่ง พื้นฐานสำคัญที่ทำให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จได้นั้น นอกจากการรู้หนังสือ การรู้ตัวเลขแล้ว ความสามารถในการให้ เหตุผล ถือเป็นหนึ่งในปัจจัยที่ส่งเสริมความสำเร็จให้แก่ผู้เรียน (วิชัย เสวกงาม, 2553)

อีกทั้งการประเมินสมรรถนะในปัจจุบัน อย่างเช่น PISA ซึ่งในปี 2022 ได้กำหนดกรอบการประเมินด้านคณิตศาสตร์ ไว้ 3 องค์ประกอบ ได้แก่ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์/การแก้ปัญหา เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ และบริบท โดย ความสัมพันธ์ของทั้ง 3 องค์ประกอบนี้คือนักเรียนสามารถนำความรู้จากเนื้อหาคณิตศาสตร์ มาใช้แก้ปัญหาในบริบทที่ ทำทายหรือพบเจอในชีวิตประจำวัน เริ่มจากการแปลงสถานการณ์ปัญหาให้อยู่ในรูปแบบที่สามารถใช้คณิตศาสตร์ใน การแก้ปัญหาได้ ใช้หลักการ วิธีการ และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา แล้วตีความ ประเมินผลให้อยู่ในบริบท ของชีวิตประจำวัน ซึ่งแต่ละกระบวนการต้องอาศัยการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น (สถาบันการสอบวิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี, 2566) ดังนั้น การให้เหตุผลกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์จึงเป็นหนึ่งในทักษะที่สำคัญสำหรับการพัฒนา นักเรียนในปัจจุบันนี้

มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงห้องเรียนคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ อาทิ เมื่อในห้องเรียนมีโจทย์ ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอน เป็นการถามคำถามปลายปิด เน้นให้นักเรียนทำเพื่อให้ได้คำตอบ และเมื่อมีโจทย์ที่ถามถึงคำตอบและการตัดสินใจ พร้อมให้เหตุผลประกอบ จะเห็นว่านักเรียนบอกคำตอบได้ แต่ไม่ สามารถอธิบายเหตุผลโดยอาศัยข้อเท็จจริง หลักการ ความสัมพันธ์ของสิ่งที่เรียนเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองได้ (อารียาภรณ์ ชุมคง, 2561) ซึ่งหากต้องการให้นักเรียนเกิดความสามารถในการให้เหตุผล การสอนคณิตศาสตร์โดยเน้น ความเข้าใจและการใช้เหตุผลเป็นแนวทางที่ดีกว่าการสอนให้จดจำเพียงอย่างเดียว เมื่อนักเรียนได้เรียนรู้กระบวนการที่ นำไปสู่หลักการต่างๆ จะทำให้ตระหนักถึงการเชื่อมโยงของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การสอนในลักษณะนี้ช่วยพัฒนา สติปัญญาได้ดีกว่าการท่องจำ นอกจากนี้การสอนที่เน้นความเป็นเหตุเป็นผลยังส่งเสริมให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อ คณิตศาสตร์ มีความมั่นใจ และมองว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผล สามารถเข้าใจและค้นพบสิ่งใหม่ได้ด้วยตนเอง (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2547) ดังนั้น แนวทางการจัดการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับคำอธิบาย ข้างต้นนี้มีหลายวิธี ซึ่งหนึ่งในนั้น คือ แนวทางการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการเรียนรู้แบบเปิด (Open Approach)

จากการกล่าวมาข้างต้น การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด เป็นแนวทางหนึ่งที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน โดยเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ร่วมกันเสนอแนวคิด อภิปราย และแก้ปัญหาใน สถานการณ์ที่หลากหลาย ดังนั้น ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้วิธีการจัดการเรียนรู้แบบเปิด (Open Approach)

การทบทวนวรรณกรรม

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คือ ความสามารถในการแสดงหรืออธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยอาศัยการรวบรวม ข้อเท็จจริง ข้อความ แนวคิด รวมถึงสถานการณ์ปัญหา หรือเป็นการอธิบายการสร้างหลักการ การวิเคราะห์ หา ความสัมพันธ์ เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่มีความสมเหตุสมผล และสามารถยืนยัน สนับสนุนหรือคัดค้านข้อสรุปที่สมเหตุสมผลนั้น (O'Daffer and Thornquist, 1993; สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555; นาเดีย กองเป็ง, 2555; ตติมา ทิพย์จินดาชัยกุล, 2557) ซึ่งองค์ประกอบที่แสดงให้เห็นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 1) การหา ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล เป็นความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลจากปัญหาหรือ

สถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดมาให้ 2) การหาข้อสรุปของปัญหา เป็นความสามารถในการใช้ข้อมูลจากปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อหาข้อสรุปของปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 3) การพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปของปัญหา เป็นความสามารถในการอธิบายข้อสรุปปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนหรือคัดค้านอย่างสมเหตุสมผล (วีรพล เทพบรรหาร, 2560)

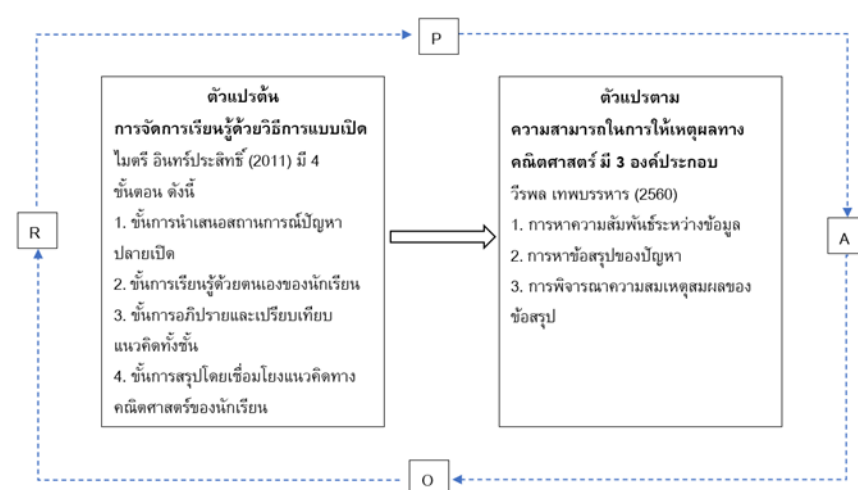
การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการเรียนรู้แบบเปิด เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเอง สามารถคิดแก้ปัญหาอย่างอิสระ พร้อมทั้งสามารถสร้างแนวคิดที่หลากหลายและสามารถให้เหตุผลถึงแนวคิดนั้นได้ รวมทั้งสามารถนำนักเรียนไปสู่การค้นพบสูตร กฎ และหลักการทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง (เอื้อจิตร พัฒนจักร, ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ และ นฤมล อินทร์ประสิทธิ์, 2549) ซึ่งมีขั้นตอนในการจัดการเรียนการสอน 4 ขั้นตอน คือ 1) การนำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด เป็นการนำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิดในชั้นเรียน เพื่อเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาปลายเปิด 2) การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน เป็นขั้นที่นักเรียนจะได้แสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเองจากสถานการณ์ปัญหา โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง และครูมีหน้าที่ในการสังเกตและรวบรวมแนวคิดนักเรียน 3) การอภิปรายและเปรียบเทียบทั้งชั้น เป็นขั้นที่นักเรียนได้นำเสนอแนวคิดของตนเองให้ผู้อื่น และเป็นการแลกเปลี่ยน เปรียบเทียบร่วมกันในชั้นเรียน ซึ่งครูทำหน้าที่ในการบันทึกและขยายแนวคิด 4) การสรุป โดยการเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เป็นการขยายแนวคิดโดยมีการเชื่อมโยงแนวคิดต่างๆ ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนแล้วร่วมกันสรุปเพื่อให้นักเรียนมีความรู้ที่ตรงกัน (Inprasitha, 2011)

จากการทบทวนวรรณกรรม พบว่า การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิดส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยจากงานของ ตติมา ทิพย์จินดาชัยกุล (2557) พบว่า เมื่อเน้นให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติจริงด้วยตนเอง เปิดกว้างให้อิสระในการแก้ปัญหา จะช่วยกระตุ้นความสนใจให้แก่ผู้เรียน ก่อให้เกิดความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรมต่างๆ ต่อไป ซึ่งผู้เรียนสามารถแลกเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตนกับสมาชิกคนอื่นๆ ภายในและนอกกลุ่มได้ โดยการให้เหตุผลเพื่อยืนยันและสนับสนุนคำตอบที่ถูกต้องของตน อีกทั้งยอมรับฟังวิธีการ คำตอบและความคิดเห็นของสมาชิกคนอื่นๆ ด้วย สอดคล้องกับ ศิริประภา แซ่มซ้อย (2562) พบว่า ในชั้นเรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง ในการแก้ปัญหาปลายเปิด นักเรียนมีการเข้าใจปัญหาและตัดสินใจในการหาคำตอบ รวมถึงนักเรียนได้พัฒนาการให้เหตุผลเพื่อยืนยันความคิดของตนเอง และในชั้นอภิปราย ยังเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนอธิบายความคิดให้ผู้อื่นเข้าใจ ทำให้นักเรียนพยายามในการหาเหตุผลสนับสนุนคำตอบของตนเอง

วัตถุประสงค์การวิจัย

เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด

กรอบแนวคิดการวิจัย



ภาพที่ 1 กรอบแนวคิด

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียนตามวงจร PAOR ทั้งหมด 4 วงจร กลุ่มเป้าหมาย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/2 จำนวน 39 คน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2568 โรงเรียนขนาดใหญ่แห่งหนึ่งในจังหวัดสตูล เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบไปด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน จำนวน 4 แผน 2) ใบกิจกรรม ซึ่งต้องผ่านการตรวจสอบคุณภาพ โดยผู้ทรงคุณวุฒิด้านคณิตศาสตร์ศึกษาและนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงก่อนนำไปใช้ 3) เครื่องบันทึกเสียง 4) เครื่องบันทึกวิดีโอ สำหรับการบันทึกเสียงและบันทึกภาพระหว่างการจัดกิจกรรม เพื่อนำมาถอดข้อความและเป็นข้อมูลในการวิเคราะห์หลังการจัดการเรียนรู้ โดยนำข้อมูลที่ได้จากเครื่องบันทึกเสียงและวิดีโอมาถอดบทสนทนาระหว่างการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

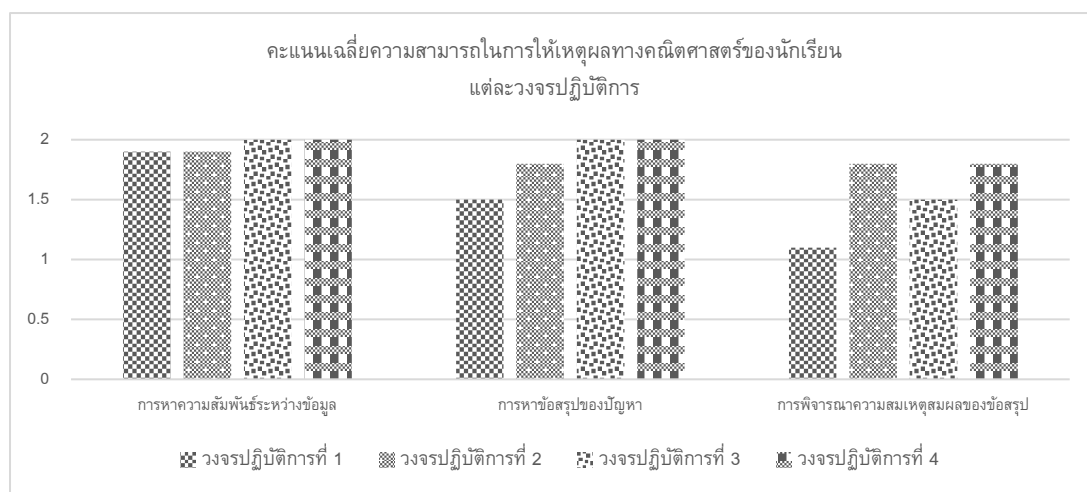
การวิเคราะห์ข้อมูล คือ ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลตามแผนจัดการเรียนรู้ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิดจำนวน 4 แผน จำนวน 4 คาบ เมื่อเสร็จสิ้นการจัดการเรียนการสอนในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ จะมีการสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อนำข้อมูลจากการสะท้อนผลมาใช้ในการปรับปรุงและแก้ไขและเก็บใบกิจกรรมในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเพื่อนำไปวิเคราะห์ข้อมูลต่อไป โดยวิเคราะห์ตามองค์ประกอบของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ 1) การหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล นักเรียนเข้าใจและหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาได้ 2) นักเรียนใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาที่มีอยู่ หาข้อสรุปสถานการณ์ปัญหาได้ 3) นักเรียนสามารถอธิบายเพื่อยืนยันหรือสนับสนุนข้อสรุปของสถานการณ์ปัญหาอย่างสมเหตุสมผล

ตารางที่ 1 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์			
คะแนน	การหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล	การหาข้อสรุปของปัญหา	การพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป
2	นักเรียนเข้าใจสถานการณ์ปัญหา แสดงแนวคิด และหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลได้อย่างถูกต้อง	นักเรียนใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา บอกความรู้ และหาข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง	นักเรียนสามารถอธิบายเพื่อยืนยันหรือสนับสนุนข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผลถูกต้องและชัดเจน
1	นักเรียนเข้าใจสถานการณ์ปัญหา แสดงแนวคิด และหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลได้อย่างถูกต้อง	นักเรียนใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา บอกความรู้ และหาข้อสรุปได้อย่างถูกต้องบางส่วน	นักเรียนสามารถอธิบายเพื่อยืนยันหรือสนับสนุนข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผลถูกต้องบางส่วน
0	นักเรียนไม่เข้าใจ ไม่แสดงแนวคิด และไม่สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลได้เลย	นักเรียนไม่สามารถใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา บอกความรู้ และหาข้อสรุปได้เลย	นักเรียนไม่สามารถอธิบายเพื่อยืนยันหรือสนับสนุนข้อสรุปได้เลย

ผลการวิจัย

จากการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด ทั้ง 4 วงจรปฏิบัติการ พบว่า ภาพรวมของนักเรียนเกิดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังภาพที่ 2 แสดงค่าเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน



ภาพที่ 2 คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน แต่ละวงจรปฏิบัติการ

ผู้วิจัยนำเสนอผลการดำเนินงานตามขั้นตอนของวงจร PAOR ในแต่ละวงจรปฏิบัติการ ดังนี้

ตารางที่ 2 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

วงจรปฏิบัติการที่ 1: แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องความสัมพันธ์ (1) กิจกรรม: จับฉลากกีฬา	
วางแผน	เตรียมแผนการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด โดยใช้สถานการณ์ปัญหา “จับฉลากกีฬา”
(Plan)	
ปฏิบัติ (Act)	ดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 โดยใช้วิธีการแบบเปิด ผลการวิเคราะห์ได้คะแนนเฉลี่ย
/ สังเกต	ดังนี้ 1) การหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล คือ 1.90 (SD = 0.32) นักเรียนสามารถระบุและเชื่อมโยง
(Observe)	ข้อมูล “สี” และ “ห้องเรียน” 2) การหาข้อสรุปของปัญหา คือ 1.50 (SD = 0.53) นักเรียนส่วนหนึ่งยัง
	หาข้อสรุปได้ไม่สมบูรณ์ 3) การพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป คือ 1.10 (SD = 0.32)
	นักเรียนยังให้เหตุผลสนับสนุนคำตอบได้น้อย
สะท้อนผล	นักเรียนส่วนใหญ่สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลได้ดี แสดงให้เห็นว่าสถานการณ์ปัญหาที่
(Reflect)	ใกล้เคียงช่วยกระตุ้นความสนใจได้ดี แต่การพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปมีคะแนนเฉลี่ยน้อย
	(1.10) เนื่องจากนักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับการอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบในเชิงคณิตศาสตร์
วงจรปฏิบัติการที่ 2: แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความสัมพันธ์ (2) กิจกรรม: เดินทางยังไงดี?	
วางแผน	นำผลการสะท้อนในวงจรที่ 1 มาปรับปรุง โดยเพิ่มคำถามกระตุ้น “เพราะอะไร” ในทุกขั้นตอนการ
(Plan)	สอน (2) ออกแบบใบกิจกรรมให้มีช่องเขียนเหตุผลอธิบายคำตอบ และเตรียมแผนการจัดการเรียนรู้
	ด้วยวิธีการแบบเปิด โดยใช้สถานการณ์ปัญหา “เดินทางยังไงดี?”
ปฏิบัติ(Act)	ดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ผ่านสถานการณ์ปัญหา “เดินทางยังไงดี?” ผลการ
/สังเกต	วิเคราะห์ได้คะแนนเฉลี่ย ดังนี้ 1) การหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล = 1.90 (SD = 0.32) คงที่
(Observe)	2) การหาข้อสรุปของปัญหา = 1.80 (SD = 0.42) มีการพัฒนาขึ้น และ 3) การพิจารณาความ
	สมเหตุสมผลของข้อสรุป = 1.80 (SD = 0.42) มีการพัฒนาขึ้น
สะท้อนผล	จากการนำข้อปรับปรุงมาใช้ ส่งผลให้การพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปพัฒนาขึ้น จาก 1.10
(Reflect)	เป็น 1.80 แสดงว่าการใช้คำถามกระตุ้น “เพราะอะไร” และการออกแบบช่องเหตุผลในใบกิจกรรมมีผล
	ต่อการให้เหตุผลของนักเรียน นักเรียนสามารถอธิบายได้ว่าทำไมคู่อันดับบางคู่จึงอยู่ในความสัมพันธ์
	ที่กำหนด โดยอ้างอิงเงื่อนไขเวลาเดินทาง

วงจรปฏิบัติการที่ 3: แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง โดเมนและเรนจ์ กิจกรรม: งานอดิเรก	
วางแผน (Plan)	ปรับสถานการณ์ในวงจรที่ 3 โดยใช้เนื้อหาเรื่องโดเมนและเรนจ์ ซึ่งต้องอาศัยการระบุ "สมาชิกตัวหน้า" และ "สมาชิกตัวหลัง" พร้อมทั้งเพิ่มคำถามชวนคิดที่กระตุ้นให้นักเรียนพิจารณากรณีที่ค่าสมาชิกซ้ำกัน และเตรียมแผนการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด โดยใช้สถานการณ์ปัญหา "งานอดิเรก"
ปฏิบัติ(Act) /สังเกต (Observe)	ดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ผ่านสถานการณ์ปัญหา "งานอดิเรก" โดยนักเรียนต้องเชื่อมโยงข้อมูล "นักเรียน" กับ "งานอดิเรก" พร้อมระบุโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ ผลการวิเคราะห์ที่ได้คะแนนเฉลี่ย ดังนี้ 1) การหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล = 2.00 (SD = 0.00) ทุกกลุ่ม ทำคะแนนเต็ม 2) การหาข้อสรุปของปัญหา = 2.00 (SD = 0.00) ทุกกลุ่มทำคะแนนได้เต็ม 3) การพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป = 1.50 (SD = 0.53) ลดลงจากวงจรที่ 2
สะท้อนผล (Reflect)	แม้ว่าการหาความสัมพันธ์และการหาข้อสรุปพัฒนาถึงคะแนนเต็มในวงจรนี้ แต่พบว่าการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปลดลงจาก 1.80 เป็น 1.50 การวิเคราะห์หาค่าความสัมพันธ์ในชั้นเรียน พบว่าสาเหตุจากความสับสนในการตีความคำถามชวนคิด นักเรียนบางกลุ่มไม่แน่ใจว่าต้องอธิบายถึงสมาชิกตัวหน้าหรือตัวหลังในการให้เหตุผล ส่งผลให้การอธิบายไม่ครบถ้วน
วงจรปฏิบัติการที่ 4: แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชัน กิจกรรม: Food Delivery	
วางแผน (Plan)	ปรับปรุงออกแบบใบกิจกรรมและคำถามชวนคิดในวงจรที่ 4 โดยมีการระบุให้ชัดเจนในใบกิจกรรมว่าต้องอธิบายถึงองค์ประกอบใดบ้างในการให้เหตุผล เพิ่มการถามซ้ำในขั้นที่ 4 เพื่อให้นักเรียนได้ทบทวนและขยายเหตุผลของตนเอง และเตรียมแผนการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด โดยใช้สถานการณ์ปัญหา "Food Delivery"
ปฏิบัติ(Act) /สังเกต (Observe)	ดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ผ่านสถานการณ์ปัญหา "Food Delivery" โดยนักเรียนต้องเปรียบเทียบความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางและค่าส่งของร้านค้า 3 ร้าน และพิจารณาว่าร้านใดมีลักษณะเป็นฟังก์ชัน ผลการวิเคราะห์ที่ได้คะแนนเฉลี่ย ดังนี้ 1) การหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล = 2.00 (SD = 0.00) คงที่ 2) การหาข้อสรุปของปัญหา = 2.00 (SD = 0.00) คงที่ 3) การพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป = 1.80 (SD = 0.42) มีการพัฒนาขึ้น
สะท้อนผล (Reflect)	การปรับปรุงใบกิจกรรมและตั้งคำถามในวงจรที่ 4 ส่งผลให้การพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปพัฒนาขึ้นเป็น 1.80 นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลได้ว่าทำไมร้าน A และ B จึงเป็นฟังก์ชัน ในขณะที่ร้าน C ไม่ใช่ฟังก์ชัน เนื่องจากระยะทางเดียวกันมีค่าส่งสองค่า นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการแลกเปลี่ยนและรับฟังเหตุผลของเพื่อน โดยรวมการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิดตามทั้ง 4 วงจรส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อย่างต่อเนื่อง

จากการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิดสะท้อนให้เห็นถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เกิดขึ้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 การนำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด เป็นขั้นที่ครูนำเสนอสถานการณ์ปลายเปิดในชั้นเรียน โดยในขั้นนี้ได้เกิดการหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล ดังนี้

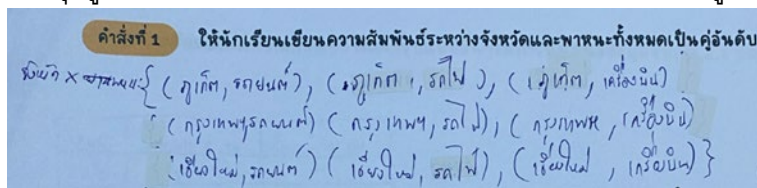
ครู: จากสถานการณ์ที่กำหนดให้อะไรที่มีความสัมพันธ์ ? นักเรียน: จังหวัด และ พาหนะ

ครู: มีจังหวัดอะไรบ้าง และมีพาหนะอะไรบ้าง ? นักเรียน: จังหวัด ได้แก่ ภูเก็ต กรุงเทพฯ และเชียงใหม่ ส่วนพาหนะ ได้แก่ รถยนต์, รถไฟ และเครื่องบิน

ครู: ทั้งสองมีความเกี่ยวข้องกันอย่างไร ? นักเรียน: เดินทางแต่ละจังหวัดโดยใช้พาหนะแต่ละชนิด

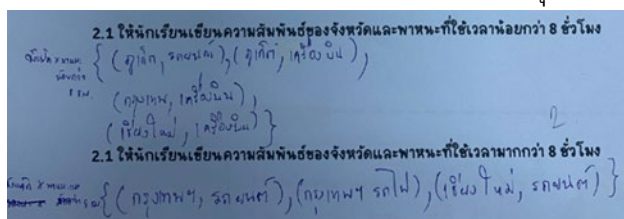
ขั้นที่ 2 การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน เป็นขั้นที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดของตนเอง โดยในขั้นนี้ได้เกิด การหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล การหาข้อสรุปของปัญหา และการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปดังนี้

1) การหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล พบว่า นักเรียนสามารถเขียนคู่อันดับจากการจับคู่ระหว่างจังหวัดและพาหนะได้ครบทุกคู่ ดังภาพที่ 3 ผลงานแสดงถึงการหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล



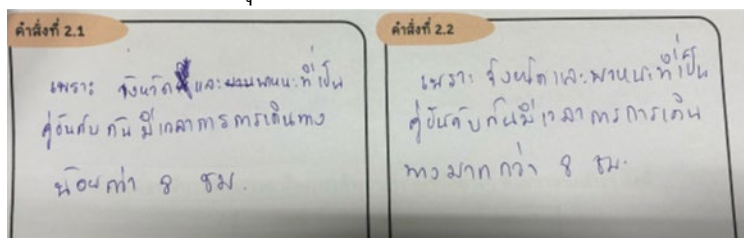
ภาพที่ 3 ผลงานแสดงถึงการหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล

2) การหาข้อสรุปของปัญหา พบว่า นักเรียนสามารถเลือกและเขียนคู่อันดับที่สอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดได้อย่างถูกต้อง โดยนักเรียนได้พิจารณาข้อมูลเกี่ยวกับจังหวัด พาหนะ และเวลาในการเดินทางร่วมกัน เพื่อเลือกคำตอบที่ตรงตามเงื่อนไข ดังภาพที่ 4 ผลงานแสดงถึงการหาข้อสรุปของปัญหา



ภาพที่ 4 ผลงานแสดงถึงการหาข้อสรุปของปัญหา

3) การพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป พบว่า นักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบคำตอบหรือข้อสรุปจากคำสั่งที่ 2.1 และ 2.2 ได้ว่าเพราะอะไรคู่อันดับเหล่านั้นถึงอยู่ในความสัมพันธ์เหล่านั้น โดยนักเรียนใช้เงื่อนไขของเวลาที่จากโจทย์มาเป็นการสนับสนุนคำตอบ ดังภาพที่ 5 ผลงานแสดงถึงการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป



ภาพที่ 5 ผลงานแสดงถึงการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป

ขั้นที่ 3 การอภิปรายและเปรียบเทียบแนวคิดทั้งชั้น เป็นขั้นที่นักเรียนได้นำเสนอและแลกเปลี่ยนแนวคิดร่วมกับเพื่อนในชั้นเรียน โดยในขั้นนี้ได้เกิด การพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป

เมื่อนักเรียนแลกเปลี่ยนแนวคิดในชั้นเรียนกัน ครูได้นำอภิปราย ดังนี้

ครู: จากการแลกเปลี่ยนกัน นักเรียนคิดว่าอะไรที่เหมือนและต่างกันบ้างกับกลุ่มเพื่อน

นักเรียน: สิ่งเหมือนกัน คือ คำตอบในความสัมพันธ์ข้อ 2.1 และ 2.2 สิ่งต่างกัน คือรูปแบบการนำเสนอความสัมพันธ์

ครู: แล้วรูปแบบการนำเสนอความสัมพันธ์ที่แสดงมามีอะไรบ้างคะ นักเรียน: แบบตาราง แบบวาดแผนภาพ

ครู: แล้วนักเรียนคิดว่า ทำไมคู่อันดับเหล่านั้นถึงอยู่ในความสัมพันธ์ดังกล่าว

นักเรียนกลุ่ม 6: เพราะมีการกำหนดเวลาในการเดินทางที่น้อยกว่า 8 ชม. และมากกว่า 8 ชม.

นักเรียนกลุ่ม 7: เพราะจังหวัดที่สัมพันธ์กับพาหนะนี้ใช้เวลาน้อยกว่า 8 ชม.และมากกว่า 8 ชม.

จากบทสนทนา พบว่า นักเรียนสามารถเปรียบเทียบความเหมือนและความแตกต่างของคำตอบได้ โดยระบุว่า คำตอบในข้อ 2.1 และ 2.2 มีความเหมือนกัน เนื่องจากใช้เงื่อนไขของเวลาในการพิจารณา แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถอธิบายและยืนยันคำตอบของตนเองโดยใช้เหตุผลสนับสนุนได้ สะท้อนว่า นักเรียนมีความสามารถในการพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อสรุปได้

ขั้นที่ 4 การสรุปโดยเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เป็นขั้นที่ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปขยายเชื่อมโยงแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน เข้ากับเนื้อหาที่เป็นเป้าหมายของบทเรียนเพื่อให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ โดยในขั้นนี้ได้เกิดการหาข้อสรุปของปัญหา ดังนี้ ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้จากไปกิจกรรม โดยใช้คำถามเพื่อช่วยให้นักเรียนเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งปรากฏดังบทสนทนาต่อไปนี้

ครู: จากไปกิจกรรมในวันนี้ นักเรียนต้องหาอะไรบ้างคะ

นักเรียน: ความสัมพันธ์ทั้งหมดระหว่างจังหวัดและพาหนะ ความสัมพันธ์ระหว่างจังหวัดและพาหนะที่ใช้เวลาน้อยกว่า 8 ชม. และมากกว่า 8 ชม.

ครู: ความสัมพันธ์ทั้งหมดระหว่างจังหวัดและพาหนะ ในเรื่อง ความสัมพันธ์ นักเรียนคิดว่าเรียกว่าอะไร

นักเรียน: ผลคูณคาร์ทีเซียน

ครู: แล้วผลคูณคาร์ทีเซียน เป็นอะไร

นักเรียน: เป็นเซต มีสมาชิกเป็นคู่อันดับ

ครู: ดังนั้นผลคูณคาร์ทีเซียนในเรื่องนี้เป็นเซตของอะไร นักเรียน: เป็นเซตระหว่างจังหวัดและพาหนะ

ครู: นักเรียนคิดว่าคู่อันดับในความสัมพันธ์ทั้งหมด กับ ความสัมพันธ์ที่มีเงื่อนไข เป็นอย่างไรกัน

นักเรียน: คำตอบความสัมพันธ์ที่เป็นเงื่อนไข มาจากความสัมพันธ์ทั้งหมด แต่เลือกแค่บางคู่ที่เป็นไปตามเงื่อนไข

ครู: ถูกต้องค่ะ ซึ่งในทางคณิตศาสตร์ จะเรียกความสัมพันธ์ ว่า สับเซตของผลคูณคาร์ทีเซียนนั่นเอง และความสัมพันธ์ยังสามารถแสดงได้หลายรูปแบบไม่เพียงแต่คู่อันดับ แต่ยังมีเป็นการใช้ตาราง วาดกราฟ วาดแผนภาพ

จากบทสนทนา พบว่า นักเรียนสามารถสรุปแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ โดยระบุว่า ความสัมพันธ์ทั้งหมดระหว่างจังหวัดและพาหนะ คือ ผลคูณคาร์ทีเซียน ซึ่งเป็นเซตของคู่อันดับ และความสัมพันธ์ที่มีเงื่อนไขเป็นการเลือกคู่อันดับบางส่วนจากความสัมพันธ์ทั้งหมด แสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถหาข้อสรุปของปัญหาได้

สรุปและอภิปรายผลการวิจัย

จากการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด พบว่า การจัดการเรียนรู้ดังกล่าวช่วยให้เกิดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้อย่างต่อเนื่อง เนื่องจากการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิดในขั้นที่ 1 การนำเสนอสถานการณ์ปลายเปิด พบว่านักเรียนมีความสนใจ และเข้าใจสถานการณ์ปัญหา สามารถระบุและความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ ต่อมาในขั้นที่ 2 เป็นขั้นที่นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเอง ได้ทำงานร่วมกันภายในกลุ่ม แสดงแนวคิด หาคำตอบและสรุปผล ซึ่งสะท้อนถึงความสามารถในการหาความสัมพันธ์ของข้อมูล และการหาข้อสรุปของปัญหา สอดคล้องกับ กรูณา ศรีผิวสัว (2566) เพราะขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเอง ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อค้นหาแนวคิดหรือวิธีการในการได้มาซึ่งคำตอบของสถานการณ์ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเป็นลำดับขั้นตอนและยังสอดคล้องกับแนวคิดของ วีรพล เทพบรรหาร (2560) ที่ระบุว่า การใช้ตัวแทนทางความคิด จะช่วยให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล และนำไปสู่การหาข้อสรุปของปัญหาได้ง่ายขึ้น ขั้นที่ 3 การอภิปรายและเปรียบเทียบแนวคิด ขั้นตอนนี้ช่วยให้นักเรียนมีโอกาสนำเสนอวิธีคิดของตนเอง ได้แลกเปลี่ยนเรียนรู้กับเพื่อนต่างกลุ่มในห้องเรียน การที่นักเรียนได้เห็นแนวคิดที่หลากหลาย และได้รับฟังเหตุผลสนับสนุนจากเพื่อน เป็นจุดสำคัญที่ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนเกิด การพิจารณาความ

สมเหตุสมผลของข้อสรุป เพราะนักเรียนต้องเปรียบเทียบเหตุผลของตนเองและผู้อื่น สอดคล้องกับ ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2547) ที่กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดนั้นมีการอภิปรายในชั้นเรียน ซึ่งจะทำให้นักเรียนมีโอกาสในการแสดงแนวคิดหรือเหตุผลของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจ และทำให้นักเรียนมองเห็นแนวคิดของผู้อื่นและตัดสินใจยอมรับเหตุผลที่แตกต่างของผู้อื่นได้ นอกจากนี้สอดคล้องกับ กรุณา ศรีผิวสัว (2566) กล่าวว่า ในชั้นการอภิปรายช่วยส่งเสริมให้นักเรียนกล้าพูดนำเสนอ กล้าแสดงแนวคิดที่หลากหลายหรือแตกต่าง กล้าอภิปรายหรือซักถามในประเด็นที่สงสัย กล้าที่จะเปิดใจรับฟัง และยอมรับความคิดเห็นหรือเหตุผลของผู้อื่นได้ และขั้นที่ 4 สรุปโดยเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสาระสำคัญและเชื่อมโยงแนวคิดจากการอภิปรายและข้อสรุปของนักเรียนที่ได้มา สรุปให้เข้าใจในทางคณิตศาสตร์ ช่วยให้นักเรียนเกิดการหาข้อสรุปของปัญหาสอดคล้องกับ วีรพล เทพบรรหาร (2560) ที่กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลเกี่ยวข้องกับการใช้ความรู้ที่มีมาสรุปผลอย่างเป็นระบบ

ข้อเสนอแนะที่ได้รับการวิจัย

- 1) การสร้างบรรยากาศในห้องเรียนให้ปลอดภัยในการแสดงความคิดเห็น ให้นักเรียนได้กล้าแสดงออก และมั่นใจในการตอบ โดยยอมรับทุกคำตอบของนักเรียนและใช้การตั้งคำถามกระตุ้นแทนการบอกคำตอบโดยตรง
- 2) การใช้สถานการณ์ปัญหาที่ใกล้ตัวและอยู่ในความสนใจของนักเรียน ณ ขณะนั้น โดยใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย ไม่ซับซ้อน เพื่อลดความกังวลและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเต็มที่

ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

- 1) ควรศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาสาระอื่นๆที่เหมาะสมกับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด
- 2) ควรศึกษาสถานการณ์ปัญหาและการใช้คำถามที่ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนแสดงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

เอกสารอ้างอิง

- กรุณา ศรีผิวสัว. (2566). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). *มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560*. กรุงเทพฯ: สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน.
- ตติมา ทิพย์จินดาชัยกุล. (2557). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด (Open Approach) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- นาเดีย กองเปิง. (2555). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสตรกชันที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2547). การสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ของญี่ปุ่น. ขอนแก่น: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- วิชัย เสวกงาม. (2557). ความสามารถในการให้เหตุผลความสามารถที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนในศตวรรษที่ 21. *วารสารครุศาสตร์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย*, 42(2), 207-223.
- วีรพล เทพบรรหาร. (2560). ผลการใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ศิริประภา แซ่มซ้อย. (2560). การพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์ของอนุพันธ์ โดยใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีแบบเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยทักษิณ.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2547). การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพฯ: เอส.พี.เอ็น การพิมพ์.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2566). กรอบการประเมินด้านคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

อารียาภรณ์ ชุมคง. (2561). การพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนจริง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิดร่วมกับกระดานดำ. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยทักษิณ.

เอื้อจิตร พัฒนจักร, ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ และ นฤมล อินทร์ประสิทธิ์. (2549). การวิจัยและพัฒนานวัตกรรมเรื่องวิธีการแบบเปิด (Open Approach) เพื่อพัฒนาระบบฝึกหัดครูคณิตศาสตร์แบบใหม่. ในการประชุมทางวิชาการประจำปีของคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น (น. 107-108), ขอนแก่น: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

Inprasitha, M. (2011). One feature of adaptive lesson study in Thailand: Designing learning unit. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*, 34(1), 47-66.

O'Daffer, P. G., & Thornquist, B. A. (1993). Critical thinking, mathematical reasoning, and proof. In *Research ideas for the classroom: High school mathematics* (pp. 39-56). Virginia: National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).

Data Availability Statement: The raw data supporting the conclusions of this article will be made available by the authors, without undue reservation.

Conflicts of Interest: The authors declare that the research was conducted in the absence of any commercial or financial relationships that could be construed as a potential conflict of interest.

Publisher's Note: All claims expressed in this article are solely those of the authors and do not necessarily represent those of their affiliated organizations, or those of the publisher, the editors and the reviewers. Any product that may be evaluated in this article, or claim that may be made by its manufacturer, is not guaranteed or endorsed by the publisher.



Copyright: © 2026 by the authors. This is a fully open-access article distributed under the terms of the Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International (CC BY-NC-ND 4.0).