RISK-SENSITIVE AUTOMOBILE INSURANCE PREMIUM PRICING UNDER A BONUS-MALUS SYSTEM

Jiramet HENGCHAROENSUK[1] and Adisak MOUMEESRI[1*]

1 Department of Statistics, Faculty of Science, Silpakorn University, Thailand;
moumeesri_a@silpakorn.edu (Corresponding Author)

ABSTRACT

This study proposes an automobile insurance premium pricing model under a Bonus-Malus System (BMS), considering both claim frequency and claim severity. The claim frequency is assumed to follow the Poisson-New Sushila distribution, while claim severity is assumed to follow the Exponential-New Sushila distribution. A Bayesian approach is applied to estimate insurance premiums based on the policyholder's claim history. Using a real-world motor insurance dataset comprising 67,856 policies, the results show that the Poisson-New Sushila distribution provides a better fit to the claim frequency data than the competing distributions, while the Exponential-New Sushila distribution provides the best fit to the claim severity data, with a Kolmogorov-Smirnov statistic of 0.043192. The premium calculations demonstrate that the proposed premiums reflect both the frequency and severity of claims, resulting in more appropriate and equitable premium pricing for both policyholders and insurers. The findings can be applied as a guideline for developing risk-based motor insurance premium pricing systems based on policyholders' risk levels, thereby supporting effective risk management and premium determination by insurance companies.

Keywords: Automobile Insurance, Bonus-Malus System, Bayesian Approach, Claim Frequency, Claim Severity

CITATION INFORMATION: Hengcharoensuk, J., & Moumeesri, A. (2026). Risk-Sensitive Automobile Insurance Premium Pricing under a Bonus-Malus System. *Procedia of Multidisciplinary Research, 4*(10), 41

การกำหนดเบี้ยประกันภัยรถยนต์ที่สะท้อนความเสี่ยงภายใต้ระบบโบนัส-มาลัส

จิรเมธ เฮ้งเจริญสุข[1] และ อดิศักดิ์ เม้ามีศรี[1*]

1 ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร; moumeesri_a@silpakorn.edu (ผู้ประพันธ์บรรณกิจ)

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้นำเสนอโมเดลการกำหนดเบี้ยประกันภัยรถยนต์ภายใต้ระบบโบนัส-มาลัส โดยพิจารณาทั้งความถี่และมูลค่าของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน กำหนดให้ความถี่มีการแจกแจงปัวซง-นิวสุชิลา และมูลค่ามีการแจกแจงเลขชี้กำลัง-นิวสุชิลา พร้อมประยุกต์วิธีการแบบเบย์เพื่อประมาณเบี้ยประกันภัยตามประวัติการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนของผู้เอาประกันภัย ผลการศึกษาจากข้อมูลประกันภัยรถยนต์จริงจำนวน 67,856 กรมธรรม์ พบว่า การแจกแจงปัวซง-นิวสุชิลา ให้ความเหมาะสมกับข้อมูลความถี่มากกว่าการแจกแจงที่นำมาเปรียบเทียบ ขณะที่การแจกแจงเลขชี้กำลัง-นิวสุชิลา ให้ความเหมาะสมกับข้อมูลมูลค่าดีที่สุด โดยมีค่าสถิติ Kolmogorov-Smirnov เท่ากับ 0.043192 ผลการคำนวณเบี้ยประกันภัย แสดงให้เห็นว่า เบี้ยประกันภัยสะท้อนทั้งจำนวนครั้งและมูลค่าของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน ส่งผลให้การกำหนดเบี้ยมีความเหมาะสมและเป็นธรรมมากขึ้นสำหรับทั้งผู้เอาประกันภัยและบริษัทประกันภัย ผลการศึกษาสามารถนำไปประยุกต์ใช้เป็นแนวทางในการพัฒนาระบบกำหนดเบี้ยประกันภัยรถยนต์ตามระดับความเสี่ยงของผู้เอาประกันภัย เพื่อสนับสนุนการบริหารความเสี่ยงและการกำหนดเบี้ยประกันภัยของบริษัทประกันภัย

คำสำคัญ: การประกันภัยรถยนต์, ระบบโบนัส-มาลัส, วิธีการแบบเบย์, ความถี่ของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน, มูลค่าของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน

ข้อมูลการอ้างอิง: จิรเมธ เฮ้งเจริญสุข และ อดิศักดิ์ เม้ามีศรี. (2569). การกำหนดเบี้ยประกันภัยรถยนต์ที่สะท้อนความเสี่ยงภายใต้ระบบโบนัส-มาลัส. *Procedia of Multidisciplinary Research, 4*(10), 41

บทนำ

การประกันภัยรถยนต์มีบทบาทสำคัญในการบริหารความเสี่ยงจากอุบัติเหตุและความเสียหายที่เกิดขึ้นกับยานพาหนะ การกำหนดเบี้ยประกันภัยจึงควรสะท้อนระดับความเสี่ยงของผู้เอาประกันภัยแต่ละราย ระบบโบนัส-มาลัส (Bonus-Malus System: BMS) เป็นแนวทางที่ใช้ประวัติการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนในการปรับเบี้ยประกันภัย โดยผู้เอาประกันภัยที่ไม่มีการเรียกร้องจะได้รับส่วนลดเบี้ย ขณะที่ผู้ที่มีการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนจะถูกปรับเพิ่มเบี้ยประกันภัย การกำหนดเบี้ยประกันภัยภายใต้ระบบโบนัส-มาลัสแบบดั้งเดิมมักให้ความสำคัญกับจำนวนครั้งของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน อย่างไรก็ตาม การพิจารณาเฉพาะความถี่อาจไม่สะท้อนระดับความเสี่ยงที่แท้จริง เนื่องจากการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนแต่ละครั้งมีมูลค่าความเสียหายแตกต่างกัน ผู้เอาประกันภัยที่เรียกร้องค่าสินไหมทดแทนจำนวนเล็กน้อยอาจถูกปรับเบี้ยในระดับเดียวกับผู้ที่มีความเสียหายจำนวนมาก จึงอาจก่อให้เกิดความไม่เป็นธรรมในการกำหนดเบี้ยประกันภัย ด้วยเหตุนี้ จึงมีการพัฒนาโมเดลที่พิจารณาทั้ง ความถี่ (claim frequency) และ มูลค่า (claim severity) ของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน โดยงานวิจัยนี้เลือกใช้การแจกแจงปัวซง-นิวสุชิลา (Poisson-New Sushila distribution) สำหรับความถี่ และการแจกแจงเลขชี้กำลัง-นิวสุชิลา (Exponential-New Sushila distribution) สำหรับมูลค่า เนื่องจากการแจกแจงนิวสุชิลามีความเหมาะสมกับข้อมูลที่มีค่าขนาดเล็กเกิดขึ้นด้วยความถี่สูง และสามารถประยุกต์ใช้กับข้อมูลการประกันภัยได้ ดังนั้น งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาโมเดลการกำหนดเบี้ยประกันภัยรถยนต์ภายใต้ระบบโบนัส-มาลัส โดยประยุกต์วิธีการของเบย์เซียนในการประเมินความเสี่ยงจากประวัติการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน และใช้หลักเบี้ยประกันภัยสุทธิในการกำหนดเบี้ยประกันภัย จากนั้นนำโมเดลไปประยุกต์กับข้อมูลการประกันภัยรถยนต์จริง เพื่อประเมินความเหมาะสมของโมเดลและกำหนดเบี้ยประกันภัยที่สะท้อนทั้งจำนวนครั้งและมูลค่าของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนได้อย่างเหมาะสมยิ่งขึ้น

การทบทวนวรรณกรรม

ระบบโบนัส-มาลัส (Bonus-Malus System: BMS) เป็นแนวทางในการกำหนดเบี้ยประกันภัยที่อาศัยประวัติการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนของผู้เอาประกันภัย โดยแนวคิดแบบเบย์ถูกนำมาใช้เพื่อประเมินระดับความเสี่ยงเฉพาะบุคคลจากข้อมูลการเรียกร้องค่าสินไหมในอดีต และปรับปรุงการประเมินความเสี่ยงเมื่อมีข้อมูลใหม่เข้ามา Tremblay (1992) เสนอการใช้การแจกแจงปัวซงแบบผสมเพื่อสะท้อนความแตกต่างของระดับความเสี่ยงระหว่างผู้เอาประกันภัย ขณะที่ Lemaire (1995) ประยุกต์การแจกแจงแกมมาเป็นการแจกแจงก่อนสำหรับพารามิเตอร์ของการแจกแจงปัวซง เพื่อใช้ในการกำหนดเบี้ยประกันภัยภายใต้ระบบโบนัส-มาลัส ต่อมา งานวิจัยได้พัฒนาโมเดลที่พิจารณาทั้งความถี่และมูลค่าของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน เพื่อให้การกำหนดเบี้ยประกันภัยสะท้อนความเสี่ยงได้เหมาะสมยิ่งขึ้น Frangos and Vrontos (2001) เสนอโมเดลที่ใช้การแจกแจงปัวซง-แกมมาสำหรับความถี่ และการแจกแจงเลขชี้กำลัง-อินเวิร์สแกมมาสำหรับมูลค่าในการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน ขณะที่ Mert and Saykan (2005), Ni et al. (2014), Emad and Ali (2016) และ Tzougas et al. (2019) ได้เสนอการแจกแจงที่แตกต่างกันสำหรับองค์ประกอบด้านความถี่และมูลค่าในการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน นอกจากนี้ Moumeesri et al. (2020) ได้เสนอโมเดลที่ใช้การแจกแจงปัวซง-ลินด์ลีย์สำหรับความถี่ และการแจกแจงล็อกนอร์มอล-แกมมาสำหรับมูลค่าในการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน

การพิจารณามูลค่าของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนมีความสำคัญ เนื่องจากการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนที่มีมูลค่าความเสียหายแตกต่างกันไม่ควรถูกปรับเบี้ยประกันภัยในระดับเดียวกัน การกำหนดเบี้ยประกันภัยโดยพิจารณาเฉพาะจำนวนครั้งของการเรียกร้องอาจทำให้ผู้เอาประกันภัยที่มีการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนจำนวนเล็กน้อยได้รับบทลงโทษเช่นเดียวกับผู้ที่มีความเสียหายจำนวนมาก ดังนั้น การนำความถี่และมูลค่ามาพิจารณาร่วมกันจึงช่วยให้ระบบโบนัส-มาลัสมีความเป็นธรรมมากขึ้น

สำหรับการแจกแจงที่ใช้ในงานวิจัยนี้ Boonthiem et al. (2022) ได้นำเสนอการแจกแจงนิวสุชิลา (New Sushila distribution) ซึ่งเป็นการแจกแจงแบบหางเบาและเหมาะสำหรับข้อมูลที่มีค่าขนาดเล็กเกิดขึ้นด้วยความถี่สูง การแจกแจง

ดังกล่าวสามารถประยุกต์ใช้กับข้อมูลการประกันภัยได้ งานวิจัยที่เป็นพื้นฐานของการศึกษานี้จึงเสนอการผสมการแจกแจงปัวซงกับการแจกแจงนิวสุชิลาเพื่อสร้างการแจกแจงปัวซง-นิวสุชิลา สำหรับโมเดลความถี่ และผสมการแจกแจงเลขชี้กำลังกับการแจกแจงนิวสุชิลาเพื่อสร้างการแจกแจงเลขชี้กำลัง-นิวสุชิลา สำหรับโมเดลมูลค่า โดยใช้วิธีการแบบเบย์ในการประมาณเบี้ยประกันภัย จากการทบทวนวรรณกรรมพบว่า การพัฒนาโมเดลระบบโบนัส-มาลัสมีแนวโน้มให้ความสำคัญกับการสะท้อนระดับความเสี่ยงของผู้เอาประกันภัยมากขึ้น โดยเฉพาะการพิจารณาความถี่ควบคู่กับมูลค่าของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน งานวิจัยนี้จึงนำแนวคิดดังกล่าวมาประยุกต์ใช้ร่วมกับการแจกแจงปัวซง-นิวสุชิลาและเลขชี้กำลัง-นิวสุชิลา เพื่อพัฒนาโมเดลสำหรับกำหนดเบี้ยประกันภัยที่สอดคล้องกับประวัติการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนของผู้เอาประกันภัยมากยิ่งขึ้น

กรอบแนวคิดการวิจัย

งานวิจัยนี้กำหนดกรอบแนวคิดโดยพิจารณาความเสี่ยงจากการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนของผู้เอาประกันภัยออกเป็น 2 องค์ประกอบ ได้แก่ ความถี่ของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน และ มูลค่าของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน จากนั้นนำทั้งสององค์ประกอบมาประยุกต์ใช้ในการกำหนดเบี้ยประกันภัยภายใต้ระบบโบนัส-มาลัส โดยใช้วิธีการแบบเบย์ในการปรับปรุงการประเมินระดับความเสี่ยงของผู้เอาประกันภัยจากประวัติการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน

สำหรับองค์ประกอบด้านความถี่ กำหนดให้จำนวนครั้งของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนมีการแจกแจงปัวซง และกำหนดพารามิเตอร์ความเสี่ยงให้มีการแจกแจงนิวสุชิลา นำไปสู่ การแจกแจงปัวซง-นิวสุชิลา ส่วนองค์ประกอบด้านมูลค่าการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนกำหนดให้มูลค่าการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนมีการแจกแจงเลขชี้กำลัง และใช้การแจกแจงนิวสุชิลาเป็นการแจกแจงของพารามิเตอร์ความเสี่ยง นำไปสู่ การแจกแจงเลขชี้กำลัง-นิวสุชิลา

จากนั้นนำประวัติการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนของผู้เอาประกันภัยเข้าสู่กระบวนการแบบเบย์ เพื่อหาการแจกแจงภายหลังของความเสี่ยง และใช้ค่าคาดหมายภายหลังเป็นพื้นฐานในการคำนวณเบี้ยประกันภัยตามหลักเบี้ยประกันภัยสุทธิ โดยเบี้ยประกันภัยสุดท้ายพิจารณาจากองค์ประกอบด้านความถี่และมูลค่าร่วมกันตามแนวคิดของระบบโบนัส-มาลัส

วิธีดำเนินการวิจัย

งานวิจัยนี้พัฒนาโมเดลการกำหนดเบี้ยประกันภัยรถยนต์ภายใต้ระบบโบนัส-มาลัส โดยพิจารณาทั้ง ความถี่ของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน และ มูลค่าของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน โดยสมมติให้ทั้งสององค์ประกอบเป็นอิสระต่อกัน และใช้วิธีการแบบเบย์ในการกำหนดเบี้ยประกันภัยตามหลักเบี้ยประกันภัยสุทธิ

การสร้างโมเดลความถี่ของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน

1) การแจกแจงแบบผสม

ให้ X แทนจำนวนครั้งของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน และกำหนดให้ภายใต้ค่าความเสี่ยง θ

$X \mid \theta \sim \text{Poisson}(\theta)$

ฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น (Probability Mass Function: PMF) คือ

$$f(x \mid \theta) = \frac{e^{-\theta}\theta^{x}}{x!},\ \theta > 0,\ x = 0,1,2,\ldots$$

และ $E[X \mid \theta] = \theta$ ในงานวิจัยนี้กำหนดให้ค่าความเสี่ยง θ ของผู้เอาประกันภัยแตกต่างกันไปในแต่ละราย และมีการแจกแจงนิวสุชิลา (New Sushila distribution) โดยมีพารามิเตอร์ $\alpha, \beta > 0$ ซึ่งมีฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นดังสมการที่ (1)

$$\pi(\theta) = \frac{\beta(\alpha + \beta^2\theta)e^{-\frac{\beta}{\alpha}\theta}}{\alpha^2(\beta + 1)},\ \theta > 0 \qquad (1)$$

ค่าคาดหมายของ Θ คือ

$$E[\Theta] = \frac{\alpha(1 + 2\beta)}{\beta(1 + \beta)}$$

เมื่อผสมการแจกแจงปัวซงกับการแจกแจงนิวสุชิลา จะได้การแจกแจงปัวซง-นิวสุชิลา (Poisson-New Sushila distribution) โดยฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นแบบไม่มีเงื่อนไขเป็น

$$f(x) = \int_0^\infty f(x|\theta)\pi(\theta)\,d\theta = \frac{\beta}{\beta+1}\cdot\frac{\alpha^x}{(\alpha+\beta)^{x+2}}\cdot[\alpha+\beta+\beta^2(x+1)] \quad (2)$$

เมื่อ $\alpha > 0,\ \beta > 0,\ x = 0,1,2,\ldots$

สมการที่ (2) ใช้เป็นโมเดลสำหรับความถี่ของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน

2) การประมาณแบบเบย์

ให้ประวัติการเรียกร้องของผู้เอาประกันภัยในช่วงเวลา t ปีเป็น

$x = (x_1, x_2, \ldots, x_t)$

และให้จำนวนการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนสะสมเป็น

$$N = \sum_{i=1}^{t} x_i$$

ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นของข้อมูลคือ

$$L(\theta; x_1, x_2, \ldots, x_t) = P(x_1, x_2, \ldots, x_t|\theta) = \prod_{i=1}^{t}\frac{e^{-\theta}\theta^{x_i}}{x_i!} \propto e^{-\theta t}\theta^N$$

การแจกแจงก่อนของ θ คือ $\pi(\theta) = \frac{\beta(\alpha+\beta^2\theta)e^{-\frac{\beta}{\alpha}\theta}}{\alpha^2(\beta+1)} \propto (\alpha+\beta^2\theta)e^{-\frac{\beta}{\alpha}\theta}$

ตามทฤษฎีบทของเบย์ การแจกแจงภายหลังจึงเป็น

$$\begin{aligned}\pi^*(\theta,|,x_1\ldots x_t) &\propto L(\theta; x_1; \ldots; x_t)\pi(\theta)\\ &\propto e^{-\theta t}\theta^N(\alpha+\beta^2\theta)e^{-\frac{\beta}{\alpha}\theta}\\ &= e^{-\left(t+\frac{\beta}{\alpha}\right)\theta}(\alpha+\beta^2\theta)\theta^N\end{aligned}$$

กำหนดค่าคงที่ A เพื่อให้การแจกแจงภายหลังมีพื้นที่ใต้กราฟเท่ากับ 1 ดังนั้น

$$\int_0^\infty \pi^*(\theta|x_1, x_2, \ldots, x_t)\,d\theta = \int_0^\infty A\, e^{-\left(t+\frac{\beta}{\alpha}\right)\theta}(\alpha+\beta^2\theta)\theta^N\,d\theta = 1$$

จะได้

$$A = \frac{\left(t+\frac{\beta}{\alpha}\right)^{N+1}}{(\alpha t+\beta+\beta^2N+\beta^2)\Gamma(N+1)}$$

ดังนั้น การแจกแจงภายหลังของ θ คือ

$$\pi^*(\theta|x_1, x_2, \ldots, x_t) = \frac{\left(t+\frac{\beta}{\alpha}\right)^{N+1}}{(\alpha t+\beta+\beta^2N+\beta^2)\Gamma(N+1)}e^{-\left(t+\frac{\beta}{\alpha}\right)\theta}(\alpha+\beta^2\theta)\theta^N \quad (3)$$

3) การคำนวณเบี้ยประกันภัยจากความถี่

ภายใต้หลักเบี้ยประกันภัยสุทธิ ให้ค่าประมาณจำนวนการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนในปีถัดไปเป็นค่าคาดหมายภายหลัง จะได้

$$\hat{\theta}_{t+1} = E[\theta|x_1, x_2, \ldots, x_t] = E[x_1, x_2, \ldots, x_t|\theta] = \int_0^\infty \theta\,\pi^*(\theta|x_1, x_2, \ldots, x_t)\,d\theta$$

เมื่อแทนสมการ (3) และคำนวณอินทิกรัล จะได้

$$\hat{\theta}_{t+1} = \frac{\alpha(N+1)[\alpha t+\beta+\beta^2(N+2)]}{(\alpha t+\beta)[\alpha t+\beta+\beta^2(N+1)]} \quad (4)$$

กำหนดเบี้ยประกันภัยพื้นฐานเท่ากับ 100 หน่วย เมื่อ $t = 0$ ดังนั้นเบี้ยประกันภัยจากองค์ประกอบด้านความถี่ในปี $t+1$ คือ

$$\text{Premium}_{t+1} = \frac{\beta(1+\beta)(N+1)\big(\alpha t+\beta+\beta^2(N+2)\big)}{(1+2\beta)(\alpha t+\beta)\big(\alpha t+\beta+\beta^2(N+1)\big)} \times 100\% \quad (5)$$

โดย $N = \sum_{i=1}^{t} x_i$ และ $\alpha > 0, \beta > 0$

การสร้างโมเดลมูลค่าของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน

1) การแจกแจงแบบผสม

ให้ Y แทนมูลค่าของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนแต่ละครั้ง และกำหนดให้

$Y \mid \lambda \sim \text{Exponential}(\lambda)$

ดังนั้นฟังก์ชันความหนาแน่นคือ

$f(y \mid \lambda) = \lambda e^{-\lambda y},\ y > 0,\ \lambda > 0$

และ $E[Y \mid \lambda] = \frac{1}{\lambda}$

กำหนดให้พารามิเตอร์ λ มีการแจกแจงนิวสุชิลา โดยมีพารามิเตอร์ $\gamma, \delta > 0$ นั่นคือ

$$\pi(\lambda) = \frac{\delta(\gamma+\delta^2\lambda)e^{-\frac{\delta}{\gamma}\lambda}}{\gamma^2(\delta+1)},\ \lambda > 0$$

ค่าคาดหมายของ Λ คือ $E[\Lambda] = \frac{\gamma(1+2\delta)}{\delta(1+\delta)}$

ดังนั้น การแจกแจงแบบผสมของมูลค่าการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนเป็น

$$\begin{aligned} f(y) &= \int_0^\infty f(y|\lambda)\pi(\lambda)\,d\lambda \\ &= \int_0^\infty \lambda\, e^{-\lambda y} \cdot \frac{\delta(\gamma+\delta^2\lambda)e^{-\frac{\delta}{\gamma}\lambda}}{\gamma^2(\delta+1)}\,d\lambda \\ &= \frac{\gamma\delta(y\gamma+\delta+2\delta^2)}{(\delta+1)(y\gamma+\delta)^3}, \end{aligned} \quad (6)$$

เมื่อ $y > 0, \gamma > 0,\ \delta > 0$

จึงเรียกการแจกแจงนี้ว่า การแจกแจงเลขชี้กำลัง-นิวสุชิลา (Exponential-New Sushila distribution)

2) การประมาณแบบเบย์

ให้ผู้เอาประกันภัยมีข้อมูลจำนวนการเรียกร้องในช่วง t ปีเป็น

$$N = \sum_{i=1}^{t} x_i$$

และให้มูลค่าการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนแต่ละครั้งเป็น $y = (y_1, y_2, \dots, y_N)$

กำหนดมูลค่าการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนรวมเป็น $S = \sum_{j=1}^{N} y_j$

ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นคือ

$$L(\lambda; y_1; \dots; y_N)\& = \prod_{j=1}^{N} \lambda\, e^{-\lambda y_j} = \lambda^N e^{-\lambda S}$$

การแจกแจงก่อนของ λ สามารถเขียนในรูปสัดส่วนได้เป็น

$\pi(\lambda) \propto (\gamma+\delta^2\lambda)e^{-\frac{\delta}{\gamma}\lambda}$

ดังนั้น การแจกแจงภายหลังจากทฤษฎีบทของเบย์ คือ

$$\begin{aligned} \pi^*(\lambda, \mid, y_1 \dots y_N) &\propto L(\lambda; y_1; \dots; y_N)\pi(\lambda) \\ &\propto \lambda^N e^{-\lambda S}(\gamma+\delta^2\lambda)e^{-\frac{\delta}{\gamma}\lambda} \\ &= e^{-\left(S+\frac{\delta}{\gamma}\right)\lambda}\lambda^N(\gamma+\delta^2\lambda) \end{aligned}$$

กำหนดค่าคงที่ B ให้

$$\int_0^\infty \pi^*(\lambda|y_1, y_2, \dots, y_N)\,d\lambda = \int_0^\infty B\, e^{-\lambda\left(S+\frac{\delta}{\gamma}\right)}\lambda^N(\gamma+\delta^2\lambda)\,d\lambda = 1$$

จะได้

$$B = \frac{\left(S+\frac{\delta}{\gamma}\right)^{N+2}}{\Gamma(N+1)[\gamma S+\delta+\delta^2(N+1)]}.$$

ดังนั้น การแจกแจงภายหลังของ λ คือ

$$\pi^*(\lambda|y_1,y_2,\dots,y_N) = \frac{\left(S+\frac{\delta}{\gamma}\right)^{N+2}}{\Gamma(N+1)[\gamma S+\delta+\delta^2(N+1)]} e^{-\lambda(S+\frac{\delta}{\gamma})}\lambda^N(\gamma+\delta^2\lambda) \quad (7)$$

3) การคำนวณเบี้ยประกันภัยจากมูลค่าการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน

ค่าคาดหมายภายหลังของ λ คือ $\hat{\lambda}_{t+1} = E[\lambda, |, y_1 \dots y_N]$

จากสมการ (7) จะได้

$$\begin{aligned}\hat{\lambda}_{t+1} &= E[\lambda|y_1,y_2,\dots,y_N] \\ &= \int_0^\infty \lambda \frac{\left(S+\frac{\delta}{\gamma}\right)^{N+2}}{\Gamma(N+1)[\gamma S+\delta+\delta^2(N+1)]} e^{-\lambda(S+\frac{\delta}{\gamma})}\lambda^N(\gamma+\delta^2\lambda)\, d\lambda \\ &= \frac{\gamma(N+1)[\gamma S+\delta+\delta^2(N+2)]}{(\gamma S+\delta)[\gamma S+\delta+\delta^2(N+1)]}\end{aligned}$$

และเนื่องจาก $E[Y \mid \lambda] = \frac{1}{\lambda}$

จึงกำหนด $E[Y, |, y_1 \dots y_N] = \frac{1}{\hat{\lambda}_{t+1}}$ ได้เป็น

$$E[y_1,y_2,\dots,y_N|\lambda] = \frac{(\gamma S+\delta)[\gamma S+\delta+\delta^2(N+1)]}{\gamma(N+1)[\gamma S+\delta+\delta^2(N+2)]} \quad (8)$$

การกำหนดเบี้ยประกันภัยจากความถี่และมูลค่าการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน

เพื่อให้เบี้ยประกันภัยสะท้อนทั้งจำนวนครั้งและมูลค่าของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน งานวิจัยนี้กำหนดเบี้ยประกันภัยภายใต้ระบบโบนัส-มาลัสเป็นผลคูณขององค์ประกอบด้านความถี่จากสมการ (4) และองค์ประกอบด้านมูลค่าจากสมการ (8) ดังนี้

$$\text{Premium}_{t+1} = \frac{\alpha(N+1)\left(\alpha t+\beta+\beta^2(N+2)\right)}{(\alpha t+\beta)\left(\alpha t+\beta+\beta^2(N+1)\right)} \cdot \frac{(\gamma S+\delta)[\gamma S+\delta+\delta^2(N+1)]}{\gamma(N+1)[\gamma S+\delta+\delta^2(N+2)]} \quad (9)$$

โดยที่ $N = \sum_{i=1}^{t} x_i$, $S = \sum_{j=1}^{N} y_j$ และ $\alpha > 0,\ \beta > 0,\ \gamma > 0,\ \delta > 0$

สมการ (9) ทำให้เบี้ยประกันภัยขึ้นอยู่กับทั้งจำนวนครั้งและมูลค่าของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน ดังนั้น ผู้เอาประกันภัยที่มีจำนวนครั้งของการเรียกร้องเท่ากันแต่มีมูลค่าความเสียหายแตกต่างกัน จะมีเบี้ยประกันภัยแตกต่างกันได้ สำหรับผู้เอาประกันภัยรายใหม่ ณ เวลา $t = 0$ จะมี $N = 0,\ S = 0$ และเบี้ยประกันภัยพื้นฐานสามารถคำนวณได้จากสมการ (10)

$$\text{Premium}_1 = \frac{\alpha(1+2\beta)}{\beta(1+\beta)} \cdot \frac{\delta(1+\delta)}{\gamma(1+2\delta)} \quad (10)$$

ซึ่งเป็นเบี้ยประกันภัยเริ่มต้นของระบบที่เสนอ

การประมาณพารามิเตอร์ของโมเดล

1) การประมาณพารามิเตอร์ของการแจกแจงปัวซง-นิวสุซิลา

ให้ $x_1, x_2, \dots, x_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มจากการแจกแจงปัวซง-นิวสุซิลา ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น คือ

$$L(\alpha,\beta,x_i) = \prod_{i=1}^{n} f\,(x_i;\alpha;\beta)$$

หรือ

$$L(\alpha,\beta,x_i)=\prod_{i=1}^{n}\left[\frac{\beta}{\beta+1}\frac{\alpha^{x_i}}{(\alpha+\beta)^{x_i+2}}\{\alpha+\beta+\beta^2(x_i+1)\}\right]$$

ดังนั้น log-likelihood คือ

$$\ln L\,(\alpha,\beta,x_i)=n\ln\beta-n\ln(\beta+1)+\ln\alpha\sum_{i=1}^{n}x_i$$
$$-\ln(\alpha+\beta)\sum_{i=1}^{n}(x_i+2)+\sum_{i=1}^{n}\ln[\alpha+\beta+\beta^2(x_i+1)]\,.$$

ค่าประมาณ $\hat{\alpha}$ และ $\hat{\beta}$ ได้จากการแก้สมการ $\frac{\partial \ln L}{\partial \alpha}=0,\ \frac{\partial \ln L}{\partial \beta}=0$ ซึ่งได้เป็น

$$\boldsymbol{\frac{n}{\beta}-\frac{n}{\beta+1}-\frac{1}{\alpha+\beta}\sum_{i=1}^{n}(x_i+2)+\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{1+2\beta(x_i+1)}{\alpha+\beta+\beta^2(x_i+1)}\right]=0,}\qquad \textbf{(11)}$$

และ

$$\boldsymbol{\frac{1}{\alpha}\sum_{i=1}^{n}x_i-\frac{1}{\alpha+\beta}\sum_{i=1}^{n}(x_i+2)+\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{1}{\alpha+\beta+\beta^2(x_i+1)}\right]=0.}\qquad \textbf{(12)}$$

เนื่องจากไม่สามารถหาคำตอบของสมการ (11)-(12) ในรูปแบบปิดได้ จึงใช้วิธีนิวตัน-ราฟสันในการหาค่าประมาณเชิงตัวเลข

2) การประมาณพารามิเตอร์ของการแจกแจงเลขชี้กำลัง-นิวสุชิลา

ให้ $y_1,y_2,\dots,y_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มจากการแจกแจงเลขชี้กำลัง-นิวสุชิลา ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นคือ

$$L(\gamma,\delta,y_i)=\prod_{i=1}^{n}\left[\frac{\gamma\delta(y_i\gamma+\delta+2\delta^2)}{(\delta+1)(y_i\gamma+\delta)^3}\right].$$

ดังนั้น

$$\ln L\,(\gamma,\delta,y_i)=n[\ln\gamma+\ln\delta-\ln(\delta+1)]$$
$$+\sum_{i=1}^{n}\ln(y_i\gamma+\delta+2\delta^2)-3\sum_{i=1}^{n}\ln(y_i\gamma+\delta)$$

ค่าประมาณ $\hat{\gamma}$ และ $\hat{\delta}$ ได้จาก $\frac{\partial \ln L}{\partial \gamma}=0,\ \frac{\partial \ln L}{\partial \delta}=0$ จะได้สมการ

$$\boldsymbol{\frac{n}{\gamma}+\sum_{i=1}^{n}\frac{y_i}{y_i\gamma+\delta+2\delta^2}-3\sum_{i=1}^{n}\frac{y_i}{y_i\gamma+\delta}=0}\qquad \textbf{(13)}$$

และ

$$\boldsymbol{\frac{n}{\delta}-\frac{n}{\delta+1}+\sum_{i=1}^{n}\frac{1+4\delta}{y_i\gamma+\delta+2\delta^2}-3\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{y_i\gamma+\delta}=0.}\qquad \textbf{(14)}$$

จากนั้นใช้วิธีนิวตัน-ราฟสันเพื่อหาค่าประมาณ $\hat{\gamma}$ และ δ เนื่องจากสมการดังกล่าวไม่สามารถแก้ได้ในรูปแบบปิด

การตรวจสอบความเหมาะสมของโมเดล

สำหรับโมเดลความถี่ ใช้การทดสอบไคสแควร์ (Chi-square goodness-of-fit test) โดยมีสถิติ

$$\chi^2=\sum_{i=1}^{n}\frac{(O_i-E_i)^2}{E_i}$$

โดย O_i คือความถี่ที่สังเกตได้ และ E_i คือความถี่ที่คาดหมายจากโมเดล

สำหรับโมเดลมูลค่า ใช้สถิติ Kolmogorov-Smirnov

$D\ =\ \max|F^n(x)\ -\ F(x)|,$

โดย

$F^n(x) = \frac{1}{n}$ [number of observations $\leq x$],
และ $F(x)$ คือฟังก์ชันการแจกแจงสะสมตามทฤษฎี
นอกจากนี้ใช้เกณฑ์ Akaike Information Criterion (AIC)
$\mathrm{AIC} = -2\ln(L) + 2m$,
และ Bayesian Information Criterion (BIC)
$\mathrm{BIC} = -2\ln(L) + 2\,m\ln N$,
โดย L คือ ค่าฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น m คือ จำนวนพารามิเตอร์ที่ประมาณ และ N คือ จำนวนข้อมูล โมเดลที่มีค่า K-S, AIC และ BIC ต่ำกว่าจะถือว่ามีความเหมาะสมมากกว่า

ผลการวิจัย

ผลการวิเคราะห์ความถี่ของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน

ชุดข้อมูลที่ใช้ในการศึกษานี้เป็นข้อมูลประกันภัยรถยนต์ของประเทศออสเตรเลีย ซึ่งประกอบด้วยกรมธรรม์ประกันภัยรถยนต์ระยะเวลา 1 ปี ที่จัดทำขึ้นในปี ค.ศ. 2004 หรือ 2005 และเป็นชุดข้อมูลที่เผยแพร่เพื่อใช้ในการศึกษาด้านสถิติประกันภัยและการสร้างตัวแบบความเสี่ยง โดยมีจำนวน 67,856 กรมธรรม์ และมีผู้เอาประกันภัยที่มีการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนอย่างน้อยหนึ่งครั้งจำนวน 4,624 ราย (de Jong & Heller, 2008) ชุดข้อมูลดังกล่าวได้รับการนำไปใช้และเผยแพร่ซ้ำในแหล่งข้อมูลด้านการวิเคราะห์ข้อมูลประกันภัยและชุดข้อมูลสำหรับการศึกษาด้านการจำแนกความเสี่ยง จึงสามารถใช้เป็นชุดข้อมูลมาตรฐานสำหรับการทดสอบและเปรียบเทียบความเหมาะสมของตัวแบบทางสถิติได้
ผลการประมาณพารามิเตอร์ของการแจกแจงปัวซง-นิวสุชิลาด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดได้ค่าประมาณ $\hat{\alpha}$ = 0.0290 และ $\hat{\beta}$ = 0.5386 และมีค่าสถิติไคสแควร์เท่ากับ 1.2111 ซึ่งต่ำกว่าการแจกแจงที่นำมาเปรียบเทียบทั้งหมด แสดงว่าการแจกแจงปัวซง-นิวสุชิลามีความเหมาะสมกับข้อมูลความถี่ของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนมากที่สุด

ตารางที่ 1 การเปรียบเทียบความถี่ค่าสังเกตและความถี่คาดหมายของโมเดลความถี่ของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน

จำนวนครั้งที่เรียกร้องค่าสินไหม	ความถี่สังเกต	ความถี่คาดหมาย					
		ปัวซง	**ปัวซง-เลขชี้กำลัง**	**ปัวซง-ลินด์ลีย์**	**ปัวซง-ลินด์ลีย์ สองพารามิเตอร์**	**ปัวซง-สุชิลา**	**ปัวซง-นิวสุชิลา**
0	63232	63094.32	63253.84	63252.68	63233.26	63233.73	63234.48
1	4333	4590.55	4290.03	4292.03	4327.62	4327.23	4326.33
2	271	167.00	290.96	290.30	277.04	276.97	277.09
3	18	4.05	19.73	19.58	17.01	17.00	17.02
4	2	0.07	1.34	1.32	1.01	1.01	1.02
5	0	0.00	0.09	0.09	0.06	0.06	0.06
Total	67856	67856	67856	67856	67856	67856	67856
พารามิเตอร์ประมาณ		$\hat{\theta}$=0.0728	$\hat{\theta}$=13.7444	$\hat{\theta}$=14.6238	$\hat{\theta}$=0.0987 $\hat{\alpha}$=18.5921	$\hat{\theta}$=1.8332 $\hat{\alpha}$=0.0986	$\hat{\alpha}$=0.0290 $\hat{\beta}$=0.5386
χ^2		177.94	2.3774	2.2507	1.2135	1.2143	1.2111

จากตารางที่ 1 พบว่า โมเดลปัวซง-นิวสุชิลามีค่าความถี่คาดหมายใกล้เคียงกับความถี่ที่สังเกตได้ และมีค่า χ^2 = 1.2111 ต่ำที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับโมเดลอื่น จึงเลือกใช้โมเดลดังกล่าวสำหรับองค์ประกอบด้านความถี่

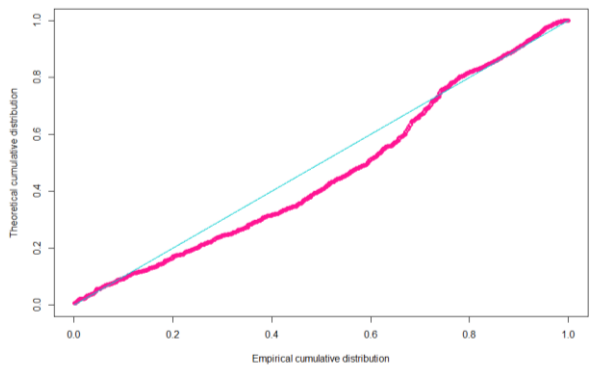
ผลการวิเคราะห์มูลค่าของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน

สำหรับองค์ประกอบด้านมูลค่าของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน ได้เปรียบเทียบการแจกแจงเลขชี้กำลัง การแจกแจงเลขชี้กำลัง-ลินด์ลีย์ การแจกแจงเลขชี้กำลัง-ลินด์ลีย์สองพารามิเตอร์ และการแจกแจงเลขชี้กำลัง-นิวสุซิลา ผลการวิเคราะห์พบว่า โมเดลเลขชี้กำลัง-นิวสุซิลาให้ความเหมาะสมกับข้อมูลดีที่สุด โดยมีค่า K-S เท่ากับ 0.043192 ซึ่งต่ำที่สุด รวมทั้งมีค่า AIC และ BIC เท่ากับ 78,830.90 และ 78,860.66 ตามลำดับ

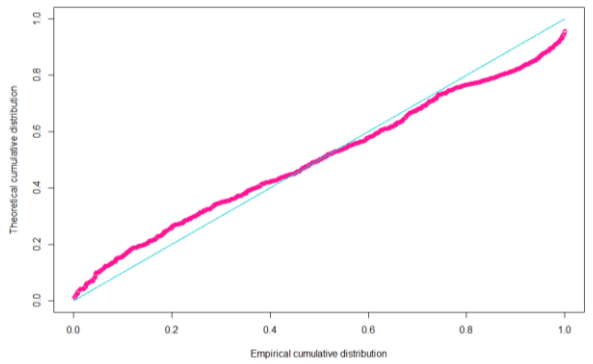
ตารางที่ 2 การเปรียบเทียบความเหมาะสมของโมเดลมูลค่าการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน

การแจกแจง	**ค่าสถิติ K-S**	**AIC**	**BIC**
เลขชี้กำลัง	0.103389	78,956.80	78,971.68
เลขชี้กำลัง-ลินด์ลีย์	0.087968	79,416.58	79,431.46
เลขชี้กำลัง-ลินด์ลีย์สองพารามิเตอร์	0.087986	79,418.58	79,448.33
เลขชี้กำลัง-นิวสุซิลา	0.043192	78,830.90	78,860.66

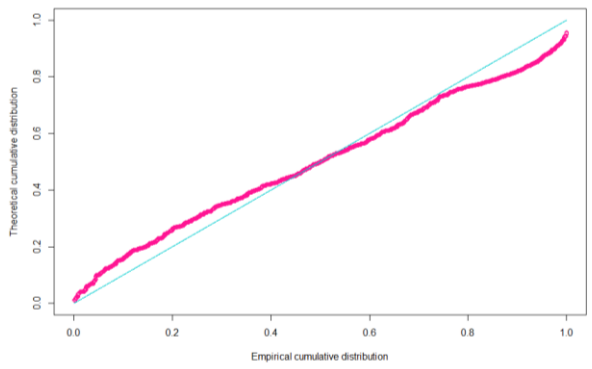
จากตารางที่ 2 แสดงให้เห็นว่า การแจกแจงเลขชี้กำลัง-นิวสุซิลา มีค่า K-S, AIC และ BIC ต่ำที่สุด จึงมีความเหมาะสมสูงสุดสำหรับใช้เป็นโมเดลมูลค่าของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน นอกจากเกณฑ์เชิงสถิติดังกล่าวแล้ว ยังสามารถพิจารณาความสอดคล้องระหว่างการแจกแจงตามทฤษฎีกับข้อมูลที่สังเกตได้จากแผนภาพ P-P โดยภาพที่ 1-4 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างความน่าจะเป็นสะสมเชิงประจักษ์กับความน่าจะเป็นสะสมของแต่ละการแจกแจง โดยแผนภาพที่มีจุดข้อมูลอยู่ใกล้เส้นทแยงมุมมากกว่าจะสะท้อนถึงความสอดคล้องระหว่างการแจกแจงกับข้อมูลที่ดีกว่า ผลจากภาพที่ 4 แสดงให้เห็นว่าการแจกแจงเลขชี้กำลัง-นิวสุซิลามีความสอดคล้องกับข้อมูลโดยรวมได้ดีกว่าการแจกแจงที่นำมาเปรียบเทียบ



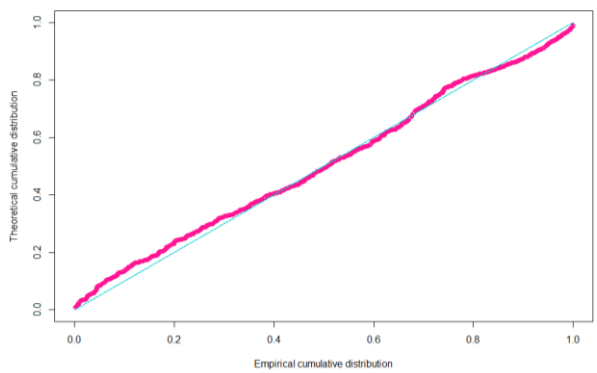
ภาพที่ 1 **แผนภาพ P-P ของการแจกแจงเลขชี้กำลัง**



ภาพที่ 2 แผนภาพ P-P ของการแจกแจงเลขชี้กำลัง-ลินด์ลีย์



ภาพที่ 3 **แผนภาพ P-P ของการแจกแจงเลขชี้กำลัง-ลินด์ลีย์สองพารามิเตอร์**



ภาพที่ 4 แผนภาพ P-P ของการแจกแจงเลขชี้กำลัง-นิวสุซิลา

ผลการกำหนดเบี้ยประกันภัยจากองค์ประกอบด้านความถี่

เมื่อใช้การแจกแจงปัวซง-นิวสุชิลาในการคำนวณเบี้ยประกันภัยเฉพาะองค์ประกอบด้านความถี่ โดยกำหนดเบี้ยประกันภัยพื้นฐานเท่ากับ 100 หน่วย พบว่าเบี้ยประกันภัยลดลงเมื่อผู้เอาประกันภัยไม่มีการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนต่อเนื่อง และเพิ่มขึ้นเมื่อมีการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน

ตารางที่ 3 เบี้ยประกันภัยภายใต้ระบบโบนัส-มาลัสจากองค์ประกอบด้านความถี่

ปีที่	จำนวนครั้งของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน											
	การแจกแจงปัวซงนิวสุชิลา-						การแจกแจงปัวซงลินด์ลีย์-					
	0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5
0	100.00						100.00					
1	94.05	176.09	253.39	328.33	401.94	474.70	93.26	185.92	278.08	369.81	461.17	552.22
2	88.74	166.70	240.26	311.62	381.70	450.99	87.37	174.23	260.67	346.74	432.50	517.99
3	83.96	158.21	228.39	296.48	363.37	429.49	82.17	163.92	245.30	326.37	407.17	487.72
4	79.65	150.50	217.59	282.71	346.67	409.90	77.56	154.75	231.63	308.24	384.61	460.77
5	75.73	143.49	207.73	270.12	331.41	392.00	73.43	146.55	219.40	292.01	364.41	436.63
6	72.17	137.07	198.70	258.57	317.40	375.56	69.72	139.18	208.39	277.39	346.21	414.87
7	68.91	131.17	190.39	247.95	304.51	360.42	66.37	132.50	198.42	264.16	329.74	395.17

จากตารางที่ 3 พบว่า ภายใต้ระบบโบนัส-มาลัส เมื่อกำหนดเบี้ยประกันภัยพื้นฐานเท่ากับ 100 หน่วย ผู้เอาประกันภัยที่ไม่มีการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนในปีแรกจะได้รับส่วนลดเบี้ยประกันภัยในปีถัดไป โดยสำหรับ ตัวแบบปัวซง-นิวสุชิลา เบี้ยประกันภัยลดลงจาก 100 หน่วย เหลือ 94.05 หน่วย คิดเป็นโบนัสร้อยละ 5.95 ของเบี้ยประกันภัยพื้นฐาน ในทางตรงกันข้าม หากผู้เอาประกันภัยมีการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนจำนวน 1 ครั้งในปีแรก เบี้ยประกันภัยในปีถัดไปจะเพิ่มขึ้นเป็น 176.09 หน่วย หรือเพิ่มขึ้นร้อยละ 76.09 จากเบี้ยประกันภัยพื้นฐาน สำหรับ การแจกแจงปัวซง-ลินด์ลีย์ ผู้เอาประกันภัยที่ไม่มีการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนในปีแรกจะได้รับส่วนลดเบี้ยประกันภัยคิดเป็นร้อยละ 6.74 ของเบี้ยประกันภัยพื้นฐาน ขณะที่ผู้เอาประกันภัยที่มีการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนจำนวน 1 ครั้งในปีแรกจะถูกเรียกเก็บเบี้ยประกันภัยเพิ่มขึ้นคิดเป็นร้อยละ 85.92 ของเบี้ยประกันภัยพื้นฐาน

เมื่อเปรียบเทียบทั้งสองการแจกแจง พบว่า การแจกแจงปัวซง-ลินด์ลีย์มีความเข้มงวดต่อผู้ขับขี่ที่มีประวัติการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน มากกว่าการแจกแจงปัวซง-นิวสุชิลา โดยสะท้อนจากการเพิ่มขึ้นของเบี้ยประกันภัยที่สูงกว่า กล่าวคือ เพิ่มขึ้นร้อยละ 85.92 เมื่อเทียบกับร้อยละ 76.09 ตามลำดับ ในขณะเดียวกัน การแจกแจงปัวซง-ลินด์ลีย์มีความผ่อนปรนต่อผู้ขับขี่ที่ไม่มีประวัติการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนมากกว่าการแจกแจงปัวซง-นิวสุชิลา เนื่องจากให้ส่วนลดเบี้ยประกันภัยสูงกว่า โดยคิดเป็นร้อยละ 6.74 เมื่อเทียบกับร้อยละ 5.95 ตามลำดับ ผลดังกล่าวแสดงให้เห็นว่าการแจกแจงปัวซง-ลินด์ลีย์มีการปรับเบี้ยประกันภัยระหว่างผู้ขับขี่ที่มีประวัติการเคลมแตกต่างกันมากกว่า ขณะที่การแจกแจงปัวซง-นิวสุชิลามีการปรับเบี้ยประกันภัยที่นุ่มนวลกว่า

ผลการกำหนดเบี้ยประกันภัยโดยพิจารณาทั้งความถี่และมูลค่าการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน

เมื่อรวมองค์ประกอบด้านความถี่จากการแจกแจงปัวซง-นิวสุชิลาและองค์ประกอบด้านมูลค่าจากการแจกแจงเลขชี้กำลัง-นิวสุชิลา พบว่า เบี้ยประกันภัยขึ้นอยู่กับทั้งจำนวนครั้งของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนและมูลค่าความเสียหาย โดยพิจารณาสถานการณ์ที่มีมูลค่าการเรียกร้องรวม 300, 1,000 และ 1,500 ดอลลาร์ออสเตรเลีย

ตารางที่ 4 เบี้ยประกันภัยเมื่อมูลค่าการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนรวมเท่ากับ 300 ดอลลาร์ออสเตรเลีย

ปีที่	จำนวนครั้งของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน					
	0	1	2	3	4	5
0	87.61					
1	82.40	115.64	124.79	129.35	131.96	133.58
2	77.74	109.46	118.32	122.77	125.31	126.91
3	73.56	103.89	112.47	116.80	119.29	120.86
4	69.78	98.83	107.16	111.38	113.81	115.35
5	66.35	94.22	102.30	106.42	108.80	110.31
6	63.22	90.01	97.85	101.87	104.21	105.68
7	60.37	86.14	93.76	97.68	99.97	101.42

ตารางที่ 5 เบี้ยประกันภัยเมื่อมูลค่าการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนรวมเท่ากับ 1,000 ดอลลาร์ออสเตรเลีย

ปีที่	จำนวนครั้งของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน					
	0	**1**	**0**	**3**	**0**	**5**
0	87.61					
1	82.40	145.54	157.05	162.79	166.07	168.12
2	77.74	137.77	148.92	154.51	157.71	159.72
3	73.56	130.75	141.55	147.00	150.14	152.10
4	69.78	124.39	134.86	140.17	143.24	145.17
5	66.35	118.59	128.75	133.93	136.93	138.83
6	63.22	113.28	123.15	128.21	131.14	133.00
7	60.37	108.41	118.00	122.94	125.82	127.64

จากตารางที่ 4-5 พบว่า เมื่อไม่มีการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน เบี้ยประกันภัยจะลดลงตามอายุกรมธรรม์ ขณะที่เมื่อมีการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน เบี้ยประกันภัยจะเพิ่มขึ้นตามจำนวนครั้งของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน นอกจากนี้ เมื่อเปรียบเทียบกรณีที่มีจำนวนครั้งของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนเท่ากัน การเพิ่มขึ้นของมูลค่าการเรียกร้องรวมส่งผลให้เบี้ยประกันภัยสูงขึ้นอย่างชัดเจน ตัวอย่างเช่น หากผู้เอาประกันภัยเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน 300 ดอลลาร์ออสเตรเลีย ในปีแรก จะมีเบี้ยประกันภัย 115.64 ดอลลาร์ออสเตรเลีย และหากมีการเรียกร้องเพิ่มเติม 700 ดอลลาร์ออสเตรเลีย ในปีที่สอง ทำให้ยอดเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนสะสมเป็น 1,000 ดอลลาร์ออสเตรเลีย เบี้ยประกันภัยจะเพิ่มเป็น 148.92 ดอลลาร์ออสเตรเลีย ในทางกลับกัน หากไม่มีการเรียกร้องในปีที่สาม เบี้ยประกันภัยจะลดลงเหลือ 141.55 ดอลลาร์ออสเตรเลีย

ผลการวิเคราะห์เบี้ยประกันภัยในปีแรกตามจำนวนครั้งและมูลค่าการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน

เพื่อแสดงผลของจำนวนครั้งและมูลค่าการเรียกร้องที่มีต่อเบี้ยประกันภัยโดยตรง ได้พิจารณาเบี้ยประกันภัยในปีแรกสำหรับจำนวนครั้งของการเรียกร้องตั้งแต่ 1-5 ครั้ง และมูลค่าการเรียกร้องตั้งแต่ 100-30,000 ดอลลาร์ออสเตรเลีย ดังตารางที่ 6

ตารางที่ 6 เบี้ยประกันภัยในปีแรกจำแนกตามจำนวนครั้งและมูลค่าการเรียกร้อง

มูลค่าการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน	จำนวนครั้งของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน				
(ดอลลาร์ออสเตรเลีย)	1	2	3	4	5
100	107.09	115.57	119.80	122.21	123.72
1000	145.54	157.05	162.79	166.07	168.12
5000	316.42	341.43	353.90	361.02	365.46
10,000	530.13	571.95	592.81	604.72	612.15
20,000	957.84	1033.16	1070.74	1092.20	1105.59
30,000	1385.95	1494.58	1548.81	1579.77	1599.09

ตารางที่ 6 แสดงให้เห็นอย่างชัดเจนว่า เบี้ยประกันภัยเพิ่มขึ้นทั้งตามจำนวนครั้งและมูลค่าของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน ตัวอย่างเช่น เมื่อมูลค่าการเรียกร้องเพิ่มจาก 100 เป็น 30,000 ดอลลาร์ออสเตรเลีย เบี้ยประกันภัยสำหรับผู้ที่เรียกร้อง 1 ครั้งเพิ่มจาก 107.09 เป็น 1,385.95 ดอลลาร์ออสเตรเลีย ขณะที่ผู้ที่เรียกร้อง 5 ครั้งมีเบี้ยประกันภัยเพิ่มจาก 123.72 เป็น 1,599.09 ดอลลาร์ออสเตรเลีย ผลการวิจัยโดยรวมจึงชี้ให้เห็นว่า โมเดลที่นำเสนอสามารถกำหนดเบี้ยประกันภัยโดยสะท้อน ทั้งประวัติความถี่และขนาดความเสียหายของผู้เอาประกันภัย ทำให้เบี้ยประกันภัยมีความแตกต่างกันตามระดับความเสี่ยงของผู้เอาประกันภัยแต่ละราย ซึ่งเป็นจุดเด่นสำคัญของระบบโบนัส-มาลัสที่เสนอในงานวิจัยนี้

สรุปและอภิปรายผลการวิจัย

งานวิจัยนี้นำเสนอการกำหนดเบี้ยประกันภัยรถยนต์ภายใต้ระบบโบนัส-มาลัส โดยพิจารณาทั้งความถี่และมูลค่าของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน และประยุกต์วิธีการแบบเบย์ในการประเมินความเสี่ยง ผลการศึกษาพบว่า การแจกแจงปัวซง-นิวสุชิลา มีความเหมาะสมกับข้อมูลความถี่ของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนมากกว่าการแจกแจงที่นำมาเปรียบเทียบ โดยมีค่าสถิติไคสแควร์เท่ากับ 1.2111 ขณะที่ การแจกแจงเลขชี้กำลัง-นิวสุชิลา ให้ความเหมาะสมกับข้อมูลมูลค่าดีที่สุด โดยมีค่า K-S เท่ากับ 0.043192 และมีค่า AIC และ BIC เท่ากับ 78,830.90 และ 78,860.66 ตามลำดับ

เมื่อประยุกต์โมเดลเพื่อกำหนดเบี้ยประกันภัย พบว่า เบี้ยประกันภัยมีความสัมพันธ์กับประวัติการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนอย่างชัดเจน ผู้เอาประกันภัยที่ไม่มีการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนจะได้รับส่วนลดเบี้ยประกันภัย ขณะที่ผู้ที่มีการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนจะมีเบี้ยประกันภัยเพิ่มขึ้น โดยในองค์ประกอบด้านความถี่ ผู้เอาประกันภัยที่ไม่มีการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนในปีแรกได้รับโบนัสหรือส่วนลดเบี้ย 5.95% ส่วนผู้ที่มีการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน 1 ครั้ง ถูกปรับเพิ่มเบี้ยประกันภัย 76.09%

เมื่อพิจารณาความถี่ร่วมกับมูลค่าของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน พบว่า ทั้งความถี่และมูลค่าของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนมีผลต่อเบี้ยประกันภัย ตัวอย่างเช่น เมื่อจำนวนการเรียกร้องเท่ากัน เบี้ยประกันภัยจะสูงขึ้นเมื่อมูลค่าความเสียหายรวมเพิ่มขึ้น และสำหรับมูลค่าความเสียหายรวมเท่ากัน เบี้ยประกันภัยจะเพิ่มขึ้นตามจำนวนครั้งของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน ผลดังกล่าวสะท้อนว่า โมเดลที่นำเสนอสามารถแยกความแตกต่างของระดับความเสี่ยงของผู้เอาประกันภัยได้ละเอียดกว่าการพิจารณาเฉพาะจำนวนครั้งของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน

นอกจากนี้ เมื่อเปรียบเทียบกับระบบที่ใช้การแจกแจงปัวซง-ลินด์ลีย์แบบดั้งเดิม พบว่า โมเดลที่นำเสนอมีลักษณะการปรับเบี้ยประกันภัยที่แตกต่างกัน โดยโมเดลปัวซง-ลินด์ลีย์มีความเข้มงวดต่อผู้ที่มีประวัติการเรียกร้องมากกว่า ขณะที่โมเดลปัวซง-นิวสุชิลามีการปรับเบี้ยที่เหมาะสมกับข้อมูลที่ศึกษา ผลการศึกษาจึงสนับสนุนการนำทั้งความถี่และ

มูลค่าของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนมาพิจารณาร่วมกัน เพื่อให้การกำหนดเบี้ยประกันภัยภายใต้ระบบโบนัส-มาลัสมีความเหมาะสมและสะท้อนความเสี่ยงของผู้เอาประกันภัยได้ดียิ่งขึ้น

ข้อเสนอแนะที่ได้รับจากการวิจัย

จากผลการวิจัยพบว่า การกำหนดเบี้ยประกันภัยโดยพิจารณาทั้งความถี่และมูลค่าของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนสามารถสะท้อนระดับความเสี่ยงของผู้เอาประกันภัยได้เหมาะสมกว่าการพิจารณาเฉพาะจำนวนครั้งของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน ดังนั้น บริษัทประกันภัยสามารถนำแนวทางดังกล่าวไปประยุกต์ใช้ในการกำหนดเบี้ยประกันภัยภายใต้ระบบโบนัส-มาลัส เพื่อให้การปรับลดหรือเพิ่มเบี้ยประกันภัยสอดคล้องกับประวัติการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนและมูลค่าความเสียหายของผู้เอาประกันภัยแต่ละรายมากขึ้น นอกจากนี้ วิธีการแบบเบย์ยังสามารถนำมาใช้ในการปรับปรุงการประเมินความเสี่ยงเมื่อมีข้อมูลการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนเพิ่มเติม ซึ่งจะช่วยสนับสนุนการกำหนดเบี้ยประกันภัยให้มีความเหมาะสมและเป็นธรรมยิ่งขึ้น

ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

การศึกษานี้มีข้อจำกัดด้านชุดข้อมูล เนื่องจากข้อมูลที่ใช้เป็นข้อมูลประกันภัยรถยนต์ของประเทศออสเตรเลียในช่วงปี ค.ศ. 2004-2005 ซึ่งเป็นข้อมูลในอดีตและอาจไม่สะท้อนพฤติกรรมการขับขี่ รูปแบบการใช้รถยนต์ ต้นทุนการซ่อมแซม และระดับความเสียหายของการประกันภัยรถยนต์ในปัจจุบัน โดยเฉพาะในบริบทของประเทศไทย ดังนั้น ผลการศึกษานี้ควรพิจารณาในฐานะผลการทดสอบเชิงวิธีการและการเปรียบเทียบความเหมาะสมของตัวแบบมากกว่าการนำค่าประกันภัยที่คำนวณได้ไปใช้โดยตรงในตลาดประกันภัยปัจจุบัน การวิจัยครั้งต่อไปควรศึกษาการประยุกต์ใช้โมเดลกับข้อมูลการประกันภัยรถยนต์จากหลายบริษัทหรือหลายช่วงเวลา เพื่อประเมินความสามารถในการประยุกต์ใช้โมเดลกับข้อมูลที่มีลักษณะแตกต่างกัน นอกจากนี้ อาจพิจารณาปัจจัยอื่นที่เกี่ยวข้องกับระดับความเสี่ยงของผู้เอาประกันภัย เช่น อายุ ประสบการณ์ขับขี่ ประเภทรถยนต์ และลักษณะการใช้งานรถยนต์ รวมถึงศึกษาการแจกแจงอื่นสำหรับความถี่และมูลค่าของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพและพัฒนาโมเดลการกำหนดเบี้ยประกันภัยภายใต้ระบบโบนัส-มาลัสให้มีความเหมาะสมยิ่งขึ้น

เอกสารอ้างอิง

Boonthiem, S., Moumeesri, A., Klongdee, W., & Ieosanurak, W. (2022). A New Sushila Distribution: Properties and Applications. *European Journal of Pure and Applied Mathematics, 15*(3), 1280-1300.

De Jong, P. & Heller, G. (2008). *Generalized linear models for insurance data*. Cambridge University Press.

Emad, A., & Ali, I. (2016). Bayesian approach for bonus-malus systems with Gamma distributed claim severities in vehicles insurance. *British Journal of Economics, Management & Trade, 14*(1), 1-9.

Frangos, N. E., & Vrontos, S. D. (2001). Design of optimal bonus-malus systems with a frequency and a severity component on an individual basis in automobile insurance. *ASTIN Bulletin, 31*(1), 1-22.

Lemaire, J. (1995). Bonus-malus systems in automobile insurance. *Insurance: Mathematics and Economics, 16*(3), 277.

Mert, M., & Saykan, Y. (2005). On a bonus-malus system where the claim frequency distribution is geometric and the claim severity distribution is Pareto. *Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics, 34*(1), 75-81.

Moumeesri, A., Klongdee, W., & Pongsart, T. (2020). Bayesian Bonus-Malus Premium with Poisson-Lindley Distributed Claim Frequency and Lognormal-Gamma Distributed Claim Severity in Automobile Insurance. *WSEAS Transactions on Mathematics, 19*(46), 443-451.

Ni, W., Constantinescu, C., & Pantelous, A. A. (2014). Bonus-Malus systems with Weibull distributed claim severities. *Annals of Actuarial Science, 8*(2), 217-233.

Tremblay, L. (1992). Using the Poisson inverse Gaussian in bonus-malus systems. *ASTIN Bulletin, 22*(1), 97-106.

Tzougas, G., Hoon, W. L., & Lim, J. M. (2019). The Negative Binomial-Inverse Gaussian regression model with an application to insurance ratemaking. *European Actuarial Journal, 9*(1), 323-344.

Data Availability Statement: The raw data supporting the conclusions of this article will be made available by the authors, without undue reservation.

Conflicts of Interest: The authors declare that the research was conducted in the absence of any commercial or financial relationships that could be construed as a potential conflict of interest.

Publisher's Note: All claims expressed in this article are solely those of the authors and do not necessarily represent those of their affiliated organizations, or those of the publisher, the editors and the reviewers. Any product that may be evaluated in this article, or claim that may be made by its manufacturer, is not guaranteed or endorsed by the publisher.



Copyright: © 2026 by the authors. This is a fully open-access article distributed under the terms of the Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International (CC BY-NC-ND 4.0).