

การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง โจทย์ปัญหาเศษส่วน
โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหของโพลยาร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดล
ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5

Developing Grade 5 Students' Problem-Solving Ability and Academic Achievement in
Fraction Word Problems Using Polya's Problem-Solving Process Combined with the Bar
Model Technique

ธนารักษ์ คล่องใจ*

Tanaruk klongchai*

ครูโรงเรียนบ้านหันทราย สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาสระแก้ว เขต 2

*ผู้ประสานงาน: tanaruk.moe.obec@gmail.com

Teacher, Ban Hansai School, under the Sa Kaeo Primary Educational Service Area Office 2.

*Corresponding author, Email: tanaruk.moe.obec@gmail.com

(Received: 2026-04-05; Revised: 2026-05-19; Accepted: 2026-09-08)

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วน และ 2) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหของโพลยา (Polya) ร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดล (Bar model) การวิจัยนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลองแบบกลุ่มเดียวทดสอบก่อนและหลัง กลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2568 โรงเรียนบ้านหันทราย จำนวน 1 ห้องเรียน รวม 17 คน ซึ่งได้มาโดยการสุ่มอย่างง่าย (Simple random sampling) โดยใช้โรงเรียนเป็นหน่วยในการสุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 8 แผน รวม 8 คาบเรียน 2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา และ 3) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าทีแบบกลุ่มตัวอย่างสัมพันธ์กัน (Paired Samples t-test)

ผลการวิจัยปรากฏ ดังนี้ 1) นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหของโพลยาร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดล มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหของโพลยาร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดล มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

คำสำคัญ: กระบวนการแก้ปัญหของโพลยา, เทคนิคบาร์โมเดล, โจทย์ปัญหาเศษส่วน, ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา, ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

Abstract

The purposes of this research were to: 1) compare the fraction word problem solving ability, and 2) compare the mathematics learning achievement of Grade 5 students before and after receiving learning management using Polya's problem-solving process combined with the bar model technique. This research was a quasi-experimental design using a one-group pretest-posttest design. The sample consisted of 17 Grade 5 students in one classroom during the second semester of the 2025 academic year at Ban Han Sai School, obtained through simple random sampling using the school as the sampling unit. The research instruments included: 1) 8 lesson plans for a total of 8 class periods, 2) a word problem solving ability test, and 3) a mathematics learning achievement test. The statistics used for data analysis were percentage, mean, standard deviation, and Paired Samples t-test.

The research results revealed as follows: 1) The Grade 5 students, after receiving the learning management using Polya's problem-solving process combined with the bar model technique, had a fraction word problem solving ability posttest score significantly higher than their pretest score at the .05 level. 2) The Grade 5 students who received the learning management using Polya's problem-solving process combined with the bar model technique had a mathematics learning achievement posttest score significantly higher than their pretest score at the .05 level.

Keywords: Polya's problem-solving process, bar model technique, fraction word problems, problem-solving ability, learning achievement

บทนำ

พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติฉบับแก้ไขเพิ่มเติม พุทธศักราช 2562 มีจุดมุ่งหมายที่สำคัญคือ ให้ความสำคัญกับการพัฒนาผู้เรียนให้สามารถใช้กระบวนการคิดอย่างมีเหตุผล และสามารถตัดสินใจแก้ไขปัญหาได้อย่างเหมาะสม สะท้อนให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงจากการการจดจำเนื้อหา ไปสู่การมุ่งพัฒนาศักยภาพของผู้เรียนในด้านกระบวนการคิดและประยุกต์ใช้จริง เพื่อให้ผู้เรียนสามารถปรับตัวได้ในสังคมของศตวรรษที่ 21 (พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม ฉบับที่ 4 , 2562)

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ของผู้เรียนในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากเป็นศาสตร์ที่มุ่งพัฒนากระบวนการคิดวิเคราะห์ และการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ ซึ่งเป็นทักษะพื้นฐานสำคัญต่อการดำรงชีวิตในสังคมที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วในปัจจุบัน (Organisation for Economic Co-operation and Development, 2018) นอกจากนี้ การเรียนรู้คณิตศาสตร์ยังมิได้มุ่งเน้นเพียงการคำนวณหรือการหาคำตอบที่ถูกต้องเพียงเท่านั้น แต่ยังเป็นกระบวนการที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการคิดเชิงตรรกะการให้เหตุผล ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดการพัฒนาผู้เรียนให้มีสมรรถนะสำคัญ (Core competencies) โดยเฉพาะทักษะการคิด การแก้ปัญหา และการเรียนรู้ตลอดชีวิต (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552)

จากการศึกษาสภาพการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน พบว่า ยังคงประสบปัญหาเชิงคุณภาพอย่างต่อเนื่อง โดยเฉพาะในด้านทักษะการคิดวิเคราะห์และการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้เรียนจำนวนมากยังขาดความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ (Conceptual understanding) (OECD, 2023) หลักฐานเชิงประจักษ์ที่สะท้อนสภาพปัญหาดังกล่าวสามารถวัดได้จาก ผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติด้านพื้นฐาน (O-NET) รายวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในช่วง 3 ปีการศึกษาล่าสุด 2565 – 2567 พบว่า คะแนนเฉลี่ยระดับประเทศอยู่ที่ 28.06 คะแนน 29.96 คะแนน และ 29.21 คะแนนตามลำดับ ซึ่งคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็มอย่างต่อเนื่องในช่วง 3 ปีที่ผ่านมา สะท้อนให้เห็นว่าผู้เรียน ยังประสบปัญหาด้านการคิดวิเคราะห์และการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2567) ทั้งนี้ ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ถือเป็นหัวใจสำคัญของการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เนื่องจากการแก้โจทย์ปัญหาไม่ใช่เพียงทักษะที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบที่ถูกต้องตามแบบแผนเท่านั้น แต่เป็นกระบวนการทางปัญญาที่ผู้เรียนต้องเผชิญกับสถานการณ์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย สอดคล้องกับสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกาที่เน้นย้ำว่า การแก้โจทย์ปัญหาได้เป็นเพียงผลลัพธ์ของการเรียน แต่เป็นวิถีทางหรือเครื่องมือหลักในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (National Council of Teachers of Mathematics, 2000) เมื่อพิจารณาถึงเนื้อหาที่ใช้ในการออกข้อสอบ O-NET พบว่า มุ่งเน้นไปที่การวัดความสามารถในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหามากกว่าการคำนวณโดยตรง อย่างไรก็ตาม ผลคะแนนเฉลี่ยที่ยังอยู่ในระดับต่ำแสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันยังไม่สามารถพัฒนาทักษะดังกล่าวให้เกิดขึ้นกับผู้เรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ (Schoenfeld, 2016)

สำหรับบริบทของสถานศึกษาในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาสระแก้ว เขต 2 ส่วนใหญ่เป็นโรงเรียนขนาดเล็กและขนาดกลางในพื้นที่ชายแดน โดยโรงเรียนในกลุ่มเครือข่ายเทวธิราช ผู้เรียนส่วนใหญ่จะมีความหลากหลายทั้งด้านพื้นฐานความรู้และสภาพแวดล้อมทางสังคม ปัจจัยดังกล่าวจึงส่งผลต่อ

พื้นฐานทางการเรียนรู้ และแรงจูงใจในการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียน (สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา ประถมศึกษาสระแก้ว เขต 2, 2567) จากการสังเคราะห์คำสัมภาษณ์ของครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ชั้น ประถมศึกษาปีที่ 5 ปีการศึกษา 2568 จากโรงเรียนในกลุ่มเครือข่ายเทวธิดา จำนวน 3 โรงเรียน พบข้อ ปัญหาที่สอดคล้องกันใน 3 ประเด็นหลัก ได้แก่ ประเด็นแรก ผู้เรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหา เศษส่วนได้อย่างเป็นระบบ ประเด็นที่สอง ผู้เรียนยังขาดทักษะในการวางแผนแก้ปัญหาและตรวจสอบความ สมเหตุสมผลของคำตอบ และประเด็นที่สาม ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเศษส่วนยังอยู่ในระดับ ค่อนข้างต่ำเมื่อเทียบกับเกณฑ์ที่โรงเรียนคาดหวัง (ผู้ให้สัมภาษณ์คนที่ 1-3, สัมภาษณ์, 2568)

แนวคิดการจัดการเรียนการสอนตามแนวทางของโพลยา มีหลักการว่า การเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มี ประสิทธิภาพไม่ควรมุ่งเน้นเพียงการจดจำสูตรหรือการคำนวณเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องเท่านั้น แต่ควรให้ ความสำคัญกับกระบวนการคิด การวิเคราะห์ปัญหา และการใช้เหตุผลอย่างเป็นระบบ โพลยาได้เสนอขั้นตอน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1) การทำความเข้าใจปัญหา 2) การวางแผนแก้ปัญหา 3) การดำเนินการตามแผน และ 4) การตรวจสอบผล ซึ่งแต่ละขั้นตอนมีความสัมพันธ์ต่อเนื่องกันและช่วยส่งเสริม ให้ผู้เรียนพัฒนากระบวนการคิดอย่างเป็นลำดับขั้น (Polya, 1957, อ้างถึงใน อ้อยใจ ปากวิเศษ, 2568)

บาร์โมเดล เป็นแนวคิดและเครื่องมือในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้การแสดงปัญหาใน รูปแบบแผนภาพแท่ง ช่วยให้ผู้เรียนมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้และข้อมูลที่ต้องการหา อย่างชัดเจน แนวคิดดังกล่าวมุ่งเน้นการพัฒนาความเข้าใจเชิงโมโนทัศน์ โดยเฉพาะในการแก้โจทย์ปัญหาที่มี ความซับซ้อน (Duval, 2006) การจัดการเรียนการสอนโดยใช้บาร์โมเดลช่วยให้ผู้เรียนสามารถแปลงข้อความ จากโจทย์ปัญหาที่เป็นนามธรรม (Abstract) ให้เป็นภาพที่เป็นรูปธรรม (Concrete) ทำให้ผู้เรียนเข้าใจ สถานการณ์ของปัญหาได้ง่ายขึ้น (Clarke, 2017)

แม้แนวคิดเรื่องกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาและเทคนิคบาร์โมเดล จะได้รับการยอมรับว่าเป็น แนวทางที่ช่วยส่งเสริมการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ แต่เมื่อพิจารณาจากงานวิจัย ในภาพรวมพบว่า งานวิจัยมักศึกษาการใช้กระบวนการของโพลยาหรือการใช้บาร์โมเดลแยกกัน มากกว่า การบูรณาการร่วมกัน (Bao, 2016) อีกทั้งยังมีข้อจำกัดในด้านระดับชั้นและเนื้อหาที่ศึกษา โดยเฉพาะใน ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งเป็นช่วงวัยที่ผู้เรียนต้องเปลี่ยนจากการคำนวณพื้นฐานไปสู่การคิดวิเคราะห์หา ความสัมพันธ์ของปริมาณและแก้โจทย์ปัญหาหลายขั้นตอน (Eichhorn, 2018) ดังนั้น การศึกษาการจัดการ เรียนรู้ที่บูรณาการกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดลจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่ง เพื่อให้ ได้ผลการวิจัยที่ครอบคลุมทั้งผลสัมฤทธิ์และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาอย่างเป็นระบบ (อ้อยใจ ปาก วิเศษ, 2568) โดยเฉพาะในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งยังมีการศึกษาอยู่อย่างจำกัด

จากที่กล่าวมาข้างต้นพบว่า การบูรณาการแนวคิดการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดล เป็นแนวทางที่มีศักยภาพในการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วนของนักเรียนชั้น ประถมศึกษาปีที่ 5 อย่างเป็นระบบ เนื่องจากทั้งสองแนวคิดนี้ ช่วยส่งเสริมกระบวนการคิดที่เกื้อหนุนกัน โดย กระบวนการของโพลยาช่วยกำกับลำดับขั้นของการแก้ปัญหา ขณะที่เทคนิคบาร์โมเดลทำหน้าที่เป็นเครื่องมือ เชิงภาพที่ช่วยแปลงโจทย์ปัญหาเศษส่วนที่มีความซับซ้อนให้เป็นรูปภาพที่สามารถเข้าใจได้ง่ายยิ่งขึ้น ผู้วิจัยจึง

เล็งเห็นความจำเป็นดังกล่าว ทั้งนี้ การจัดการเรียนรู้ในลักษณะดังกล่าวจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหา เชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูล วางแผนและดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ ตลอดจนตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ด้วยตนเอง อันเป็นพื้นฐานสำคัญต่อการทดสอบในระดับชาติ รวมทั้งช่วยส่งเสริมทักษะการคิดวิเคราะห์และการแก้ปัญหาซึ่งเป็นทักษะที่จำเป็นในศตวรรษที่ 21 ต่อไป

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเฉพาะส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ก่อนกับหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดล
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเฉพาะส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ก่อนกับหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดล

สมมติฐานการวิจัย

1. นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดล มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเฉพาะส่วนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน
2. นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดล มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

วิธีดำเนินการวิจัย

1. รูปแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi-experimental research) แบบกลุ่มเดียวทดสอบก่อน-หลัง (One-Group Pretest-Posttest Design)

2. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

2.1 ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2568 จากโรงเรียนในกลุ่มเครือข่ายเทวธิดา จำนวน 3 โรงเรียน ที่มีระดับความสามารถใกล้เคียงกัน และแต่ละห้องเรียนมีการจัดนักเรียนแบบคละความสามารถ (Mixed-ability grouping) (เก่ง ปานกลาง และอ่อน) ประกอบด้วย โรงเรียนบ้านหันทราย จำนวน 17 คน (ชาย 9 คน หญิง 8 คน) โรงเรียนบ้านหนองบัว จำนวน 22 คน (ชาย 13 คน หญิง 9 คน) โรงเรียนวังยาว จำนวน 20 คน (ชาย 8 คน หญิง 12 คน) รวมประชากรทั้งสิ้นจำนวน 59 คน ซึ่งมีอายุเฉลี่ย 11 ปี

2.2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2568 ซึ่งได้มาโดยการสุ่มอย่างง่าย (Simple random sampling) โดยใช้โรงเรียนเป็นหน่วยในการสุ่ม ด้วยวิธีการจับสลากรายชื่อโรงเรียนในกลุ่มเครือข่ายเทวธิดาจำนวน 1 โรงเรียน ได้เป็นโรงเรียนบ้านหันทราย จำนวน 1 ห้องเรียน รวมนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสิ้น 17 คน

3. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยและคุณภาพของเครื่องมือ

3.1 แผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วน โดยประยุกต์ใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya's Problem-Solving Process) ร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดล จำนวน 8 แผน รวมเวลา 8 คาบเรียน ประกอบด้วย

แผนที่ 1	โจทย์ปัญหาการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน	จำนวน 1 คาบเรียน
แผนที่ 2	โจทย์ปัญหาการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน	จำนวน 1 คาบเรียน
แผนที่ 3	โจทย์ปัญหาการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน	จำนวน 1 คาบเรียน
แผนที่ 4	โจทย์ปัญหาการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน	จำนวน 1 คาบเรียน
แผนที่ 5	โจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วนระคน	จำนวน 1 คาบเรียน
แผนที่ 6	โจทย์ปัญหาการคูณเศษส่วน	จำนวน 1 คาบเรียน
แผนที่ 7	โจทย์ปัญหาการหารเศษส่วน	จำนวน 1 คาบเรียน
แผนที่ 8	โจทย์ปัญหาเศษส่วนแบบหลายขั้นตอน	จำนวน 1 คาบเรียน

ทั้งนี้กิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละแผนจัดเป็นลำดับขั้นตามกระบวนการของโพลยา 4 ขั้นตอน ได้แก่

1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ครูผู้สอนนำเสนอโจทย์ปัญหาเศษส่วนในสถานการณ์ที่ใกล้ชิดกับชีวิตประจำวันของผู้เรียน จากนั้นให้ผู้เรียนอ่านโจทย์และวิเคราะห์ว่าโจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้ และต้องการหาอะไร โดยครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อช่วยให้ผู้เรียนแยกแยะข้อมูลสำคัญออกจากรายละเอียดที่ไม่จำเป็น

2) ขั้นวางแผนแก้ปัญหาโดยผนวกเทคนิคบาร์โมเดล ขั้นตอนนี้เป็นจุดเชื่อมต่อที่สำคัญระหว่างกระบวนการของโพลยากับเทคนิคบาร์โมเดล ผู้เรียนจะแปลงข้อมูลจากโจทย์ให้เป็นแผนภาพแท่ง ซึ่งมีขั้นตอนคือ ผู้เรียนวาดแท่งสี่เหลี่ยมหนึ่งแท่งแทนปริมาณทั้งหมด (หนึ่งหน่วย) จากนั้นแบ่งแท่งออกเป็นส่วนย่อยตามค่าตัวส่วนของเศษส่วนที่ปรากฏในโจทย์ แล้วระบายสีหรือทำเครื่องหมายในส่วนที่ทราบค่า พร้อมทั้งเขียนเครื่องหมายคำถามกำกับส่วนที่ต้องการหา การจัดวางองค์ประกอบเหล่านี้ลงในแผนภาพจะช่วยให้ผู้เรียนมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณต่าง ๆ ในโจทย์อย่างเป็นรูปธรรม ส่งผลให้สามารถตัดสินใจเลือกการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม ไม่ว่าจะเป็นการบวก ลบ คูณ หรือหารเศษส่วน ตลอดจนกำหนดลำดับขั้นตอนการคำนวณได้อย่างมีเหตุผล

3) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ผู้เรียนลงมือคำนวณตามแผนที่วางไว้ โดยใช้แผนภาพแท่งเป็นเครื่องนำทางในการดำเนินการแต่ละขั้น พร้อมทั้งแสดงวิธีทำอย่างเป็นลำดับและบันทึกผลลัพธ์ของแต่ละขั้นตอนอย่างชัดเจน

4) ขั้นตรวจสอบความถูกต้อง ผู้เรียนนำคำตอบที่ได้กลับไปเทียบกับแผนภาพแท่งและเงื่อนไขในโจทย์ เพื่อตรวจสอบว่าคำตอบสมเหตุสมผลหรือไม่ หากพบข้อผิดพลาดเคลื่อนก็สามารถย้อนกลับไปตรวจสอบและแก้ไขขั้นตอนที่ผิดพลาดได้

ผู้วิจัยได้นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อพิจารณาความเหมาะสมของแผน โดยใช้แบบประเมินที่ครอบคลุมองค์ประกอบสำคัญ ได้แก่ ความสอดคล้องระหว่างสาระสำคัญกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ความเหมาะสมของจุดประสงค์ เนื้อหา และกิจกรรมกับวัยของผู้เรียน

ความเป็นลำดับขั้นของกิจกรรม รวมถึงความเหมาะสมของสื่อการเรียนรู้และการวัดประเมินผลตามสภาพจริง (authentic assessment) ทั้งนี้แบบประเมินดังกล่าวใช้มาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ ผลการประเมินพบว่า แผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด ($\bar{X} = 4.58$, $S.D. = 0.50$)

3.2 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วน นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยออกแบบให้สอดคล้องกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา 4 ขั้นตอน เป็นข้อสอบอัตนัยในลักษณะโจทย์ปัญหา ให้ผู้เรียนแสดงวิธีคิดและขั้นตอนการหาคำตอบอย่างเป็นระบบ ทั้งหมด 6 ข้อ จำนวน 1 ฉบับ ข้อละ 12 คะแนน รวมคะแนนเต็ม 72 คะแนน การให้คะแนนใช้เกณฑ์แบบรูบริก (Rubric) เพื่อให้การประเมินมีความชัดเจนและเป็นระบบ โดยพิจารณาตามขั้นตอนการแก้ปัญหาดตามแนวคิดของโพลยา ได้แก่ 1) การทำความเข้าใจปัญหา 2) การวางแผนแก้ปัญหา 3) การดำเนินการแก้ปัญหา และ 4) การตรวจสอบความถูกต้อง ทั้งนี้รายละเอียดเกณฑ์การให้คะแนนสามารถแสดงได้ในตารางรูบริก ซึ่งระบุรายการประเมิน คะแนน และเกณฑ์พิจารณาแต่ละระดับคะแนนอย่างชัดเจน การตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบ ผู้วิจัยนำแบบทดสอบเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ และคำนวณค่าดัชนีความสอดคล้องของข้อคำถาม (Index of Item-Objective Congruence: IOC) อยู่ระหว่าง 0.67 – 1.00 จากนั้นนำแบบทดสอบไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนวังยาว สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาสระแก้ว เขต 2 จำนวน 20 คน ซึ่งมีลักษณะใกล้เคียงกับกลุ่มตัวอย่างเพื่อวิเคราะห์คุณภาพรายข้อตามวิธีการวิเคราะห์ข้อสอบอัตนัย (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543) พบว่ามีค่าความยาก (p) อยู่ระหว่าง 0.42 – 0.78 ค่าอำนาจจำแนก (D) อยู่ระหว่าง 0.39 – 0.68 และตรวจสอบค่าความเชื่อมั่นทั้งฉบับ โดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach's alpha coefficient) เท่ากับ 0.86 ทั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำเกณฑ์การประเมินแบบรูบริกเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องระหว่างเกณฑ์การประเมินกับพฤติกรรมที่ต้องการวัด พบว่ามีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) อยู่ระหว่าง 0.67 – 1.00

ตัวอย่างโจทย์ปัญหาเศษส่วนและแนวทางการตอบตามขั้นตอนของโพลยา

คุณแม่เตรียมทำเค้กสำหรับงานวันเกิด จึงไปซื้อแป้งสาลีที่ตลาดมา $\frac{3}{4}$ กิโลกรัม ใช้ทำขนมเค้กไป $\frac{1}{2}$ กิโลกรัม คุณแม่จะเหลือแป้งสาลีกี่กิโลกรัม

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (3 คะแนน)

สิ่งที่โจทย์บอก : แม่มีแป้งสาลี $\frac{3}{4}$ กิโลกรัม ใช้ทำขนมเค้กไป $\frac{1}{2}$ กิโลกรัม

สิ่งที่ต้องการหา : แม่เหลือแป้งสาลีกี่กิโลกรัม

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหาโดยวาดบาร์โมเดล (3 คะแนน)

แป้งสาลีทั้งหมด $\frac{3}{4}$ กิโลกรัม

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	
---------------	---------------	---------------	--

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

ใช้ทำขนมเค้ก $\frac{1}{2}$ กิโลกรัม = $\frac{2}{4}$ กิโลกรัม

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	เหลือ
---------------	---------------	-------

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$$

การดำเนินการ : การลบเศษส่วน

ประโยคสัญลักษณ์ : $\frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน (3 คะแนน)

แสดงวิธีทำ

.....

.....

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบความถูกต้อง (3 คะแนน)

ตรวจสอบความสมเหตุสมผล

.....

.....

ทั้งนี้ เกณฑ์การให้คะแนนในแต่ละขั้นตอนเป็นไปตามเกณฑ์การประเมินแบบบูรณาการ ดังรายละเอียดในตารางที่ 1 ดังนี้

ตารางที่ 1 เกณฑ์การประเมินคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การพิจารณา
การทำความเข้าใจปัญหา	3	นักเรียนสามารถวิเคราะห์โจทย์ได้ถูกต้อง โดยระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ และ สิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ครบถ้วน ชัดเจน และตรงตามความหมายของโจทย์ ทำให้เห็นภาพปัญหาและเป้าหมายของการแก้ปัญหาอย่างชัดเจน
	2	นักเรียนสามารถระบุข้อมูลสำคัญที่โจทย์กำหนดให้ หรือสิ่งที่ต้องการหาได้ค่อนข้างครบ แต่ยังมีจุดตกหล่นหรือคลาดเคลื่อนเล็กน้อย แต่ยังสามารถมองเห็นทิศทางของปัญหาและเข้าใจโจทย์ได้

รายการ ประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การพิจารณา
การวางแผน แก้ปัญหา	1	นักเรียนระบุข้อมูลจากโจทย์ได้เพียงบางส่วน และยังมีความสับสนในการแยกแยะสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา ทำให้การตีความหมายของโจทย์คลาดเคลื่อน
	0	นักเรียนไม่สามารถระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้อย่างถูกต้อง หรือไม่ปรากฏร่องรอยการวิเคราะห์โจทย์
	3	นักเรียนสามารถวิเคราะห์โจทย์และกำหนดแนวทางแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสม โดยใช้แผนภาพหรือวิธีการที่เหมาะสมแสดงแนวคิดได้ถูกต้อง สอดคล้องกับสถานการณ์ ระบุสิ่งที่ต้องการหาและข้อมูลครบถ้วน เขียนแผนเป็นลำดับขั้นชัดเจน พร้อมระบุการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมอย่างมีเหตุผล
	2	นักเรียนมีการวางแผนแก้ปัญหาและใช้แผนภาพหรือวิธีการได้ค่อนข้าง สอดคล้องกับโจทย์ แต่ยังมีจุดที่ไม่ชัดเจนหรือตกหล่นบางส่วน พอเห็นแนวทางและเลือกวิธีได้โดยรวมถูกต้อง แต่ลำดับขั้นยังไม่ครบหรืออธิบายเหตุผลได้บางส่วน
	1	นักเรียนมีแนวคิดวางแผนแก้ปัญหาเพียงบางส่วน หรือเลือกวิธีทำแบบคาดเดา โดยแผนภาพหรือวิธีการไม่ชัดเจนหรือคลาดเคลื่อนจากโจทย์ แผนการทำไม่เป็นขั้นตอน ข้ามจุดสำคัญ หรือไม่สอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์ถาม
	0	นักเรียน ไม่สามารถวางแผนแก้ปัญหาได้ ไม่แสดงแนวทางหรือเลือกวิธีไม่เหมาะสม ไม่แสดงแผนภาพหรือวิธีการใด ๆ และไม่ปรากฏร่องรอยการวางแผน
การดำเนินการ แก้ปัญหา	3	นักเรียนสามารถดำเนินการคำนวณตามแนวทางที่วางไว้ได้อย่างถูกต้อง แสดงวิธีทำเป็นลำดับขั้นชัดเจน ผลลัพธ์ของการคำนวณแต่ละขั้นถูกต้อง ครบถ้วน และเชื่อมโยงกับข้อมูลที่โจทย์กำหนดได้อย่างมีเหตุผล
	2	นักเรียนเลือกแนวทางแก้ปัญหาได้ค่อนข้างเหมาะสม แต่ยังไม่ครบทุกขั้น หรือยังไม่ชัดเจนบางส่วน เช่น ขาดลำดับก่อน หลัง หรืออธิบายเหตุผลได้เพียงบางช่วง แต่โดยรวมเห็นแนวทางไปสู่คำตอบได้
	1	นักเรียนมีแนวคิดวิธีทำเพียงบางส่วน การแสดงวิธีทำยังไม่เป็นขั้นตอน ข้ามจุดสำคัญ หรือมีบางส่วนไม่สอดคล้องกับโจทย์ ทำให้ไม่ชัดเจนว่าจะดำเนินการอย่างไร

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การพิจารณา
การตรวจสอบความถูกต้อง	0	นักเรียนไม่สามารถหาแนวทางการแก้ปัญหาได้ เลือกวิธีไม่เหมาะสม หรือไม่ปรากฏร่องรอยการดำเนินการ
	3	นักเรียนสามารถตรวจสอบคำตอบได้อย่างมีเหตุผลและเป็นขั้นตอน โดยสามารถยืนยันความถูกต้องของคำตอบได้ พร้อมทั้งสามารถชี้จุดผิดพลาดและแก้ไขได้หากพบข้อผิดพลาดเคลื่อน
	2	นักเรียนมีการตรวจสอบคำตอบ เช่น แทนค่ากลับหรือเทียบกับแผนภาพ แต่ยังไม่ครบถ้วนหรืออธิบายเหตุผลได้เพียงบางส่วน
	1	นักเรียนตรวจสอบคำตอบเพียงการดูว่าตัวเลขสมเหตุสมผลหรือไม่ โดยไม่มีวิธีการตรวจสอบที่ชัดเจน ทำให้ไม่สามารถยืนยันความถูกต้องของคำตอบได้อย่างน่าเชื่อถือ
	0	นักเรียนไม่มีการตรวจสอบคำตอบ ไม่ปรากฏร่องรอยการทบทวนความถูกต้อง

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 เป็นแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ สร้างเป็นแบบทดสอบคู่ขนาน (parallel forms) จำนวน 2 ฉบับ ได้แก่ สำหรับทดสอบก่อนเรียน (Pretest; Form A) และหลังเรียน (Posttest; Form B) ตามลำดับ โดยพัฒนาจากตารางวิเคราะห์ข้อสอบ (test blueprint) เดียวกัน ซึ่งครอบคลุมสาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องกับการแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วน จากนั้นผู้วิจัยนำแบบทดสอบเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อประเมินความสอดคล้องของข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ พบว่า ทั้งสองฉบับมีค่าดัชนีความสอดคล้องของข้อคำถาม (Index of Item-Objective Congruence: IOC) อยู่ระหว่าง 0.67–1.00 เมื่อทดลองใช้กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนวังยาว จำนวน 20 คน ซึ่งมีลักษณะใกล้เคียงกับกลุ่มตัวอย่าง พบว่า Form A มีค่าความยาก (p) อยู่ในช่วง 0.25–0.70 และค่าอำนาจจำแนกแบบอิงเกณฑ์ (B -index) อยู่ในช่วง 0.26–0.65 มีค่าความเชื่อมั่นทั้งฉบับตามวิธีของโลเวตต์ (Lovett) (สมนึก ภัททิยธนี, 2558) เท่ากับ 0.84 ขณะที่ Form B มีค่าความยาก (p) อยู่ในช่วง 0.27–0.71 และค่าอำนาจจำแนกแบบอิงเกณฑ์ (B -index) อยู่ในช่วง 0.28–0.68 มีค่าความเชื่อมั่นทั้งฉบับเท่ากับ 0.85 โดยค่าสถิติคุณภาพข้อสอบของทั้งสองฉบับอยู่ในระดับใกล้เคียงกัน จึงเหมาะสมสำหรับใช้เป็นแบบทดสอบเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ก่อนและหลังเรียน

การเก็บรวบรวมข้อมูล

เมื่อผู้วิจัยสร้างเครื่องมือวิจัยฉบับสมบูรณ์เรียบร้อยแล้ว ได้นำไปใช้เก็บรวบรวมข้อมูลกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง โดยดำเนินการตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

1. การทดสอบก่อนเรียน (Pretest) ผู้วิจัยดำเนินการทดสอบก่อนเรียนกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนฉบับก่อนเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อวัดระดับความสามารถพื้นฐานของผู้เรียนก่อนการจัดการเรียนรู้

2. การดำเนินการทดลอง ผู้วิจัยดำเนินการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้น จำนวน 8 แผน รวมเวลา 8 คาบเรียน ทั้งนี้ผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการสอนด้วยตนเอง การจัดการเรียนรู้ดำเนินการตามแนวทาง คือ ผู้วิจัยดำเนินการสอนโดยใช้การจัดการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาเฉพาะส่วนตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดล

3. การทดสอบหลังเรียน (Posttest) เมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้ครบตามแผนแล้ว ผู้วิจัยดำเนินการทดสอบหลังเรียนกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเฉพาะส่วนและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนการแก้โจทย์ปัญหาเฉพาะส่วน ฉบับหลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลาในการทดสอบ 1 คาบเรียน

4. ผู้วิจัยตรวจให้คะแนนแบบทดสอบทั้งสองแล้วรวบรวมข้อมูลที่ได้ไปวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติต่อไป

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเฉพาะส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ก่อนกับหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดลด้วยร้อยละ ค่าเฉลี่ย ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) และสถิติทดสอบแบบกลุ่มตัวอย่างสัมพันธ์กัน Paired Samples t-test

2. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเฉพาะส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างก่อนกับหลังเรียน โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดล ด้วยค่าเฉลี่ย ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) และสถิติทดสอบแบบกลุ่มตัวอย่างสัมพันธ์กัน Paired Samples t-test

ผลการวิจัย

1. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเฉพาะส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ก่อนกับหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดล แสดงดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเฉพาะส่วนก่อนกับหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดล

รายการ	คะแนน	ก่อนเรียน			หลังเรียน			ร้อยละที่เพิ่มขึ้น
	เต็ม	$\bar{x}$	<i>S.D.</i>	ร้อยละ	$\bar{x}$	<i>S.D.</i>	ร้อยละ	
การทำความเข้าใจปัญหา	18	10.76	3.09	59.80	14.24	2.33	79.08	19.28
การวางแผนแก้ปัญหา	18	6.82	2.65	37.91	12.94	2.93	71.90	33.99
การดำเนินการแก้ปัญหา	18	8.24	2.59	45.75	12.59	2.90	69.93	24.18
การตรวจสอบความถูกต้อง	18	5.35	2.83	29.74	10.12	4.06	56.21	26.47
รวม	72	31.18	7.88	43.30	49.88	8.18	69.28	25.98

ผลการวิเคราะห์ในตารางที่ 2 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดล เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วน มีคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาก่อนเรียนโดยรวม 31.18 คิดเป็นร้อยละ 43.30 หลังเรียนโดยรวม 49.88 คิดเป็นร้อยละ 69.28 เพิ่มขึ้นคิดเป็นร้อยละ 25.98 เมื่อพิจารณาแยกตามขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา พบว่า ก่อนเรียน ด้านที่ได้คะแนนต่ำที่สุดคือ ด้านที่ 4 การตรวจสอบความถูกต้อง และด้านที่ได้คะแนนสูงที่สุดคือ ด้านที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา ส่วนหลังเรียนมีคะแนนอยู่ในช่วงร้อยละ 56.21–79.08 โดยมีคะแนนต่ำสุดในด้านการตรวจสอบความถูกต้อง และคะแนนสูงสุดในด้านที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา ทั้งนี้ เมื่อพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของคะแนนรายด้าน พบว่า ด้านที่มีคะแนนเพิ่มขึ้นน้อยที่สุดคือ ด้านที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา ร้อยละ 19.28 ขณะที่ด้านที่มีคะแนนเพิ่มขึ้นมากที่สุดคือ ด้านที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา ร้อยละ 33.99

ตารางที่ 3 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วน ก่อนกับหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดล

ความสามารถในการแก้ โจทย์ปัญหาเศษส่วน	คะแนนเต็ม	$\bar{x}$	<i>S.D.</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
ก่อนเรียน	72	31.18	7.88	9.81*	.000
หลังเรียน	72	49.88	8.18		

* $p \leq .05$

ผลการวิเคราะห์ในตารางที่ 3 แสดงให้เห็นว่า คะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา เรื่อง เศษส่วนของนักเรียนที่ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดล มีการพัฒนาเพิ่มขึ้นอย่างชัดเจน โดยมีคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียนอยู่ที่ 31.18 คะแนน และเพิ่มสูงขึ้นเป็น 49.88 คะแนน ภายหลังสิ้นสุดการเรียนรู้ เมื่อทดสอบด้วยสถิติ *t*-test พบค่า $t(16) = 9.81, p < .05$ จึงสามารถ

สรุปได้ว่าความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างก่อนกับหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดล

ตารางที่ 4 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในการแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วน ก่อนกับหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดล

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในการแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วน	คะแนนเต็ม	$\bar{x}$	S.D.	t	p
ก่อนเรียน	30	12.18	2.67	9.38*	.000
หลังเรียน	30	21.76	4.49		

* $p \leq .05$

จากการวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนในตารางที่ 4 พบว่า การจัดการเรียนรู้ที่บูรณาการกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาเข้ากับเทคนิคบาร์โมเดล ส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง โจทย์ปัญหาเศษส่วนของนักเรียนเพิ่มขึ้นอย่างเด่นชัด โดยค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบก่อนเรียนเพิ่มขึ้นจาก 12.18 เป็น 21.76 คะแนน ผลจากการวิเคราะห์สถิติพบค่า $t(16) = 9.38$, $p < .05$ จึงสามารถสรุปผลการวิจัยได้ว่านักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง โจทย์ปัญหาเศษส่วน หลังเรียนสูงกว่าช่วงก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผลการวิจัย

1. นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับเทคนิคบาร์โมเดล มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งนี้สามารถชี้ให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้นี้ดังกล่าว มีส่วนช่วยในการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วนของผู้เรียน เนื่องมาจากกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยานั้นสามารถช่วยให้นักเรียนจัดกรอบความคิดอย่างเป็นลำดับขั้น ลดความสับสนในการวางแผนและดำเนินการ ส่วนเทคนิคบาร์โมเดลจะช่วยทำให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลในโจทย์และนำมาเขียนเป็นแผนภาพ ส่งผลให้ผู้เรียนสามารถจัดลำดับขั้นการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ โดยเฉพาะในด้านที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา ที่มีการพัฒนาเพิ่มขึ้นมากที่สุดคือเพิ่มขึ้นร้อยละ 33.99 ส่วนค่าเฉลี่ยโดยรวมเพิ่มขึ้นร้อยละ 25.98 แสดงให้เห็นว่า รูปแบบการเรียนรู้นี้ดังกล่าวช่วยให้ผู้เรียนสามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาได้อย่างมีขั้นตอนและเป็นระบบ และช่วยส่งเสริมทักษะที่จำเป็นในศตวรรษที่ 21 ด้านมิติการคิดวิเคราะห์และการแก้ปัญหาทาง

คณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้ สอดคล้องกับแนวคิดของโพลยาที่ว่า การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นขั้นตอนช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจการแก้ปัญหามากขึ้น และสามารถนำทักษะการคิดวิเคราะห์มาประยุกต์ใช้ได้ (Polya, 1957, อ้างถึงใน อ้อยใจ ปากวิเศษ, 2568) ทั้งนี้ยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของฉัตรกาญจน์ ธาณีพูน (2562) ที่ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเลขคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหของโพลยาร่วมกับบาร์โมเดล พบว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 และมีความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05. อีกทั้งยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Jahudin & Siew (2024) ที่ศึกษาการใช้กระบวนการแก้ปัญหของโพลยาร่วมกับบาร์โมเดลดิจิทัลกับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นในประเทศมาเลเซีย พบว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ดังกล่าวมีทักษะการคิดเชิงพีชคณิตสูงกว่ากลุ่มที่เรียนด้วยวิธีปกติอย่างมีนัยสำคัญ ซึ่งยืนยันว่าการบูรณาการกระบวนการแก้ปัญหของโพลยาเข้ากับเทคนิคบาร์โมเดลส่งผลเชิงบวกต่อความสามารถทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้ในหลากหลายบริบท

นอกจากนี้ ผู้วิจัยยังเห็นข้อสังเกตที่น่าสนใจจากการจัดการเรียนรู้ ประการแรก เมื่อพิจารณาพัฒนาการรายด้านพบว่า ด้านการตรวจสอบความถูกต้องเป็นด้านที่ผู้เรียนมีคะแนนต่ำที่สุดทั้งก่อนและหลังเรียน ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากผู้เรียนไม่เคยได้รับการฝึกฝนให้ตรวจสอบคำตอบของตนเองอย่างเป็นระบบมาก่อน จึงไม่ทราบว่าควรนำคำตอบที่ได้ไปเทียบกับสิ่งใด ข้อสังเกตนี้สะท้อนว่าทักษะการตรวจสอบความถูกต้องเป็นทักษะที่ต้องอาศัยการฝึกฝนอย่างต่อเนื่อง เนื่องจากผู้เรียนต้องย้อนกลับไปทบทวนกระบวนการคิดของตนเอง ซึ่งเป็นความสามารถขั้นสูงกว่าการคำนวณ ประการที่สอง ผู้วิจัยสังเกตพบว่าในขั้นตอนการวางแผนและการดำเนินการแก้ปัญหด้วยการวาดแผนภาพบาร์โมเดล นักเรียนจะเกิดกระบวนการปรึกษาหารือและช่วยเหลือซึ่งกันและกันขึ้นเองตามธรรมชาติ โดยนักเรียนที่วาดแผนภาพแท่งได้ก่อนจะอธิบายวิธีคิดให้เพื่อนฟังโดยไม่ต้องรอให้ครูสั่ง ส่งผลให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์โจทย์และแก้ปัญหได้รวดเร็วและถูกต้องยิ่งขึ้น ปรากฏการณ์ดังกล่าวบ่งชี้ว่าบาร์โมเดลอาจมีคุณสมบัติเป็นเครื่องมือสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่เอื้อต่อการเรียนรู้แบบเพื่อนช่วยเพื่อน (Peer-assisted learning)

2. นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหของโพลยาร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดล มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งนี้อาจเป็นเพราะว่า การเรียนรู้ของผู้เรียนถูกพัฒนาจากการคิดแบบท่องจำไปสู่การคิดแบบเป็นขั้นตอนมากขึ้น คือ เดิมทีการเรียนคณิตศาสตร์โดยเฉพาะโจทย์ปัญหาเศษส่วน มักทำให้ผู้เรียนยึดติดกับการจำสูตรหรือจำวิธีการทำเป็นช่วง ๆ เมื่อเจอโจทย์ที่มีซับซ้อนมากขึ้นก็มักจะเกิดความสับสน เพราะไม่สามารถเชื่อมโยงความหมายของข้อมูลและความสัมพันธ์ของปริมาณได้ชัดเจน แต่เมื่อใช้การจัดการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหอย่างเป็นระบบ ผู้เรียนจะเริ่มเข้าใจความหมายของโจทย์และหลักการไม่ใช่แค่ใช้วิธีท่องจำในการแก้ปัญห ขณะเดียวกัน เทคนิคบาร์โมเดลช่วยให้สิ่งที่เป็นามธรรมในโจทย์สามารถมองเห็นได้เป็นรูปธรรมมากขึ้น การมีภาพแทนเช่นนี้ช่วยให้ผู้เรียนสามารถวิเคราะห์โครงสร้างของปัญหาได้ดีและสามารถเลือกใช้วิธีการคำนวณได้ตรงกับข้อความที่โจทย์กำหนด ทำให้เกิดความมั่นใจในการแก้ปัญหและสามารถอธิบายแนวคิดของตนเองได้ดีขึ้น ในภาพรวมการจัดการเรียนรู้ด้วยโพลยาร่วมกับบาร์โมเดลจึงช่วยยกระดับ

กระบวนการคิดของผู้เรียนตามลำดับขั้น ส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนดีขึ้นในภาพรวม สอดคล้องกับผลการวิจัยของ นภสร ยั่งยืน (2563) ที่ศึกษาการพัฒนาการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการโพลยาร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดล เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องการบวกและการลบเศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วนสูงขึ้นผ่านเกณฑ์ที่กำหนดอย่างมีนัยสำคัญ ทั้งนี้ยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Phuntsho & Dema (2019) ที่ศึกษาผลของการใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยากับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ในประเทศภูฏาน พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ซึ่งยืนยันว่ากระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาช่วยยกระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนได้ในหลากหลายบริบท และยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Morin et al. (2017) ที่ระบุว่ากราฟแผนภาพบาร์โมเดลเป็นเครื่องมือที่ช่วยลดทอนความเป็นนามธรรม ทำให้ผู้เรียนมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลเชิงปริมาณได้อย่างเป็นรูปธรรม ส่งผลให้เกิดความมั่นใจในการแก้ปัญหาและสามารถอธิบายแนวคิดของตนเองได้ดีขึ้น ในภาพรวมการจัดการเรียนรู้ด้วยโพลยาร่วมกับบาร์โมเดลจึงช่วยยกระดับกระบวนการคิดของผู้เรียน ส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนดีขึ้นในภาพรวม

ข้อเสนอแนะการวิจัย

ข้อเสนอแนะสำหรับการนำผลการวิจัยไปใช้

1. แม้การใช้การพัฒนาความสามารถและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วน โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดล ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จะช่วยยกระดับผลสัมฤทธิ์และความสามารถของผู้เรียนได้เป็นอย่างดี แต่ในช่วงเริ่มต้นผู้เรียนมักจะมีอาการกังวลหรือไม่คุ้นเคยกับการคิดวิเคราะห์โจทย์ปัญหาอย่างเป็นระบบและมีขั้นตอน ผู้สอนจึงจำเป็นต้องสร้างบรรยากาศที่เป็นมิตรเพื่อให้ผู้เรียนเกิดความมั่นใจ และต้องวางพื้นฐานรวมถึงทำความเข้าใจเกี่ยวกับแนวทางการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้เครื่องมือทั้งสองอย่างถี่ถ้วน เพื่อให้ผู้เรียนสามารถก้าวข้ามอุปสรรคในการปรับตัวและพร้อมดำเนินกิจกรรมได้อย่างเต็มศักยภาพ

2. ครูผู้สอนควรจัดเตรียมชุดคำถามที่มีระดับความท้าทาย เพื่อนำพาผู้เรียนเข้าสู่กระบวนการคิดวิเคราะห์ที่เป็นลำดับ โดยในช่วงท้ายของกิจกรรมการเรียนรู้ ควรมีการสรุปและสะท้อนขั้นตอนการแก้ปัญหาซ้ำอีกครั้ง เพื่อช่วยให้ภาพรวมของวิธีคิดมีความชัดเจนและตรงประเด็นยิ่งขึ้น ส่งผลให้นักเรียนเกิดความมั่นใจในการต่อยอดความรู้ไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาใหม่ ๆ ที่มีความซับซ้อนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ข้อเสนอแนะสำหรับการทำวิจัยครั้งต่อไป

จากการสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียนในระหว่างการจัดการเรียนรู้ พบว่าในขั้นตอนการวางแผนและการดำเนินการแก้ปัญหาด้วยการวาดแผนภาพบาร์โมเดล นักเรียนมักมีการปรึกษาหารือและช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ส่งผลให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์โจทย์และแก้ปัญหาได้รวดเร็วและถูกต้องยิ่งขึ้น ดังนั้น ในการทำวิจัยครั้งต่อไป จึงควรมีการศึกษากิจกรรมประยุกต์ใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดล ผสานกับรูปแบบการเรียนรู้แบบร่วมมือ (Cooperative Learning) เช่น เทคนิคเพื่อนคู่คิด

(Think-Pair-Share) เพื่อส่งเสริมการปฏิสัมพันธ์ทางสังคมและยกระดับความสามารถในการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์ของผู้เรียนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

เอกสารอ้างอิง

กระทรวงศึกษาธิการ. (2552). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*.

กรุงเทพฯ: กระทรวงศึกษาธิการ.

ฉัตรกาญจน์ ธาณิพน. (2562). *การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเลขคณิตของนักเรียนชั้น
ประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับบาร์โมเดล*. วิทยานิพนธ์

วท.ม. (คณิตศาสตร์ศึกษา). มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

นภสร ยั่งยืน. (2563). *การพัฒนาการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการโพลยาร่วมกับเทคนิคบาร์โมเดล เพื่อ
ส่งเสริมทักษะการแก้โจทย์ปัญหาเรื่อง การบวกและการลบเศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้น
ประถมศึกษาปีที่ 4*. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร.

ผู้ให้สัมภาษณ์คนที่ 1. (2568, 5 กรกฎาคม). *ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนในกลุ่มเครือข่ายทวารวดีราช
สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาสระแก้ว เขต 2*. สัมภาษณ์.

ผู้ให้สัมภาษณ์คนที่ 2. (2568, 10 กรกฎาคม). *ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนในกลุ่มเครือข่ายทวารวดีราช
สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาสระแก้ว เขต 2*. สัมภาษณ์.

ผู้ให้สัมภาษณ์คนที่ 3. (2568, 15 สิงหาคม). *ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนในกลุ่มเครือข่ายทวารวดีราช
สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาสระแก้ว เขต 2*. สัมภาษณ์.

พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 4) พ.ศ. 2562. (2562).

ราชกิจจานุเบกษา.

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2543). *เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (2567). *รายงานผลการวิเคราะห์ผลการทดสอบ O-NET ชั้น
ประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2567 เพื่อพัฒนาการเรียนการสอน*.

<https://www.niets.or.th/th/catalog/view/497>.

สมนึก ภัททิยธนี. (2558). *การวัดผลการศึกษา* (พิมพ์ครั้งที่ 10). ประสานการพิมพ์.

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาสระแก้ว เขต 2. (2567). *รายงานผลการดำเนินงานด้านคุณภาพ
ผู้เรียน (กลุ่มวิเคราะห์นโยบายและแผน)*. สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาสระแก้ว
เขต 2. <https://www.sakaeo2.go.th>.

อ้อยใจ ปากวิเศษ, (2568). ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาเสริมด้วยบาร์โมเดลที่
มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3. *Journal of Pitchaya Education and Research*, 1(1), 17–26.

Bao, L. (2016). *The effectiveness of using the model method to solve word problems*.

Australian Primary Mathematics Classroom, 21(3), 26–30.

- Clarke, L. (2017). Singapore bar models appear to be the answer, but what is the question? *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 37(2).
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1–2), 103–131.
- Eichhorn, M. S. (2018). When the fractional cookie begins to crumble: Conceptual understanding of fractions in the fifth grade. *International Journal of Research in Education and Science*, 4(1), 39–54. <https://doi.org/10.21890/ijres.382933>.
- Jahudin, J., & Siew, N. M. (2024). The effects of Polya's problem solving with digital bar model on the algebraic thinking skills of seventh graders. *Problems of Education in the 21st Century*, 82(3), 390–409. <https://doi.org/10.33225/pec/24.82.390>
- Morin, L. L., Watson, S. M. R., Hester, P., & Raver, S. A. (2017). The use of a bar model drawing to teach word problem solving to students with mathematics difficulties. *Learning Disability Quarterly*, 40(2), 91–104. <https://doi.org/10.1177/0731948717690116>
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*.
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2018). *The future of education and skills: Education 2030*.
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2023). *PISA 2022 results (Volume I): The state of learning and equity in education*.
- Phuntsho, U., & Dema, Y. (2019). Examining the effects of using Polya's problem-solving model on mathematical academic achievement and analyzing ability of the fourth grade students. *Asian Journal of Education and Social Studies*, 5(2), 1–8. <https://doi.org/10.9734/AJESS/2019/v5i230142>
- Schoenfeld, A. H. (2016). *Learning to think mathematically*. *Journal of Education*, 196(2), 1–38.